

VS 8

603

18 67 5

Б. А. 416
1978
25

ОСНОВЫ ГЕОМЕТРИИ,

переведенныя

изъ Курса

Сочиненнаго Г^мб Безу, для назна-
чающихъ себя

къ

мореплаванію,

Однимъ изъ возпишанныхъ при Морскомъ
Шляхешномъ Кадетскомъ Корпусѣ.



Печатаны вторымъ тисненіемъ при Типографіи
онѣгожь Корлуса, 1798 года.



ЕГО ВЫСОКОПРЕВОЗХОДИТЕЛЬСТВУ
ІВАНУ ЛОГИНОВИЧУ
ГОЛЕНИЩЕВУ КУТУЗОВУ,

Ф л о ш а А д м и р а л у,

Государственной Адмиралшейской
Коллегіи Члену,

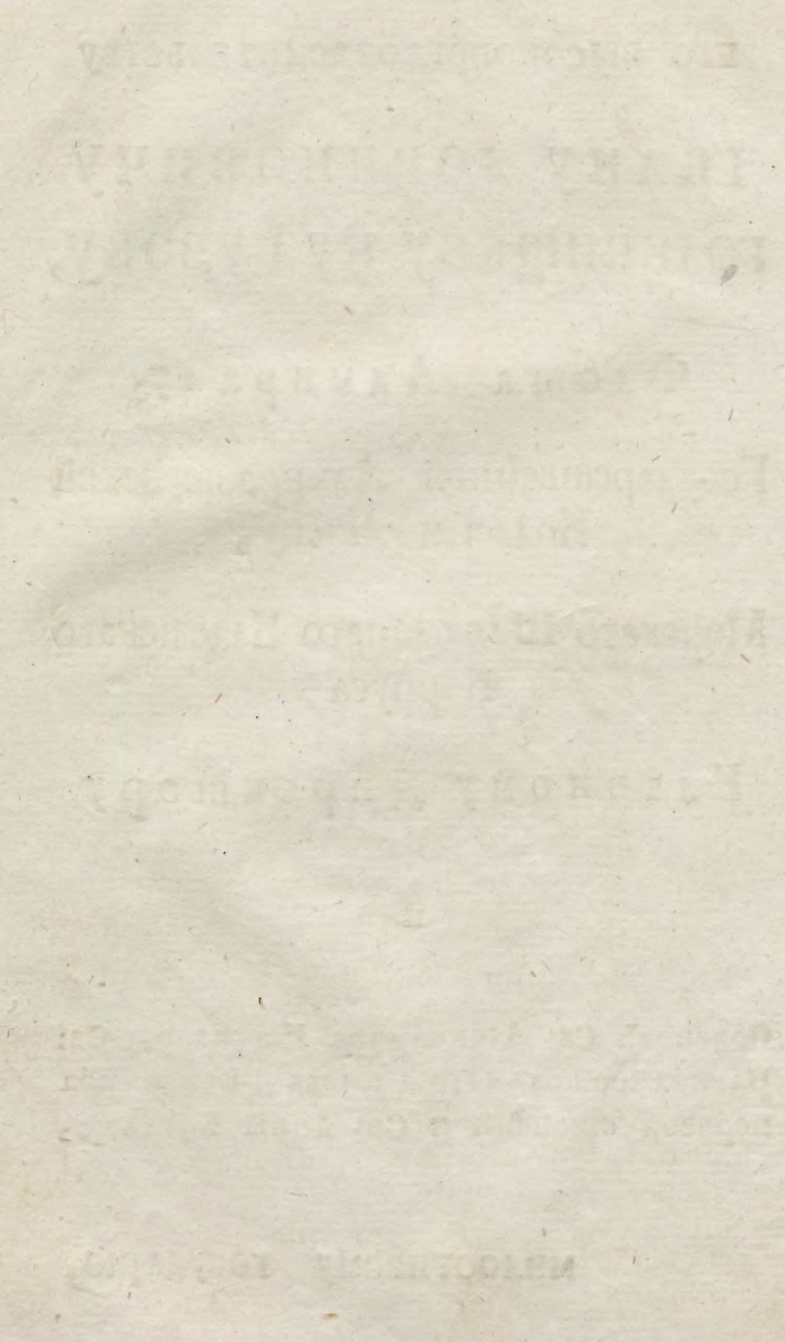
Морскаго Шляхетнаго Кадетскаго
Корпуса

Главному Директору

и

Орденѣ Св: Александра Невскаго, Св:
Равноапостольнаго Князя Владимира
первой степени и Св: Анны Кавалеру,

МИЛОСТИВОМУ ГОСУДАРЮ.



ВЫСОКОПРЕВОЗХОДИТЕЛЬНЫЙ МУЖЬ,

МИЛОСТИВЫЙ ГОСУДАРЬ,

Возпишанный подѣ сѣнїю благороднаго Училища, ввѣреннаго ошѣ прозорливыхъ МОНАРХИНИ нашае особливому Вашему попеченїю, взысканный надмѣру милостями Вашими и всегда Вами покровительствованный, кому сѣ большео приличностїю и справедливостїю могу посвящашъ переведенную мною Геометрїю, какѣ не Вашему Высокопревосходительству? Вы, сѣ великостїю сана соединя обширныя познанїя, приобрѣшенныя собственными трудами Вашими, любите сами ученїе, и возбуждая разными ободренїями охоту кѣ оному въ другихѣ, ободрили и меня кѣ переводу сея полезныя Корпусу книги. Мощностъ безѣ просвѣщенїя и ласки естѣ по большей части непрїятна; часто ненавистна; любезна, когда она знаешѣ, какѣ

снисходишь. Симъ по образомъ мужи на
высокихъ степеняхъ избѣгають зависти
отъ шѣхъ, кои ихъ нѣже. Давно горѣлъ
я желаніемъ найши случай торжествен-
но изъявить Вамъ кроющуюся во глу-
бинѣ сердца моего должную благодар-
ность, яко доспочшиму моему Меце-
нашу; но по сіе время лишенъ былъ
сея щасливья для меня минушы.

И такъ, будучи подвигнутъ Вами
къ сему переводу, почту себя щасли-
вымъ, естли удостоите принявъ сіе
слабое, но усердное приношеніе, съ тою
же благосклонностію, съ коею при-
мали нѣкогда и самого переводившаго
Я же выщимъ почту для себя награжде-
ніемъ за труды мои, естли сія книж-
ка принесетъ шу пользу воспитавшему,

меня Училищу, какую учрежденная Комиссія для разсмотренія образа ученія, въ избраніи сего сочинителя, себѣ предполагала. Утѣшаясь споль аѣспными и возхищительными для меня мыслями, есмь и пребуду,

ВАШЕГО ВЫСОКОПРЕВОЗХОДИТЕЛЬСТВА,

МИЛОСТИВАГО ГОСУДАРЯ,

всепокорнѣйшій и преданнѣйшій слуга

прудившійся въ переводѣ.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Сочинитель сего курса Г. Безу почитается всѣмъ ученымъ свѣтомъ лучшимъ и достаточнѣйшимъ писателемъ для готовящихся служишь на стихіи удобыпреклоннаго ко гнѣву грознаго Неппуну. Основы его Геометріи безъ сомнѣнія очень достаточны къ уразумѣнію всѣхъ вышшихъ частей Матемашики, нужныхъ кораблевожденію; но какъ находятся въ немъ нѣкоторыя правила, а особливо въ измѣреніи поверхностей и толстошы шѣлъ, у насъ неупотребительныя, сего ради принужденъ я былъ перемѣнить ихъ на образъ, коимъ мы вычисляемъ площади и толстошы шѣлъ, и положить свои для сего примѣры. Правда, желалъ я учинишь тоже и при всякой его проблемѣ, кои обыкновенно у него безъ примѣровъ; но признаюсь, много мнѣ въ семъ возпрепятствовала перемѣна мѣста и новая для меня должность, требующая почти всегдашнихъ моихъ занятій. По сему, еспли найдутся какія либо и погрѣшности, прошу благосклонныхъ читателей оныя извинишь, не яко произшедшія отъ небреженія, но отъ многихъ моихъ занятій.



О Г Л А В Л Е Н І Е

	строк.
Основы Геометріи	1

О Т Д Ъ Л Ъ П Е Р Ъ В Ы Й.

О линіяхъ	2
О углахъ и ихъ мѣрѣ	7
О перпендикулярахъ и наклонныхъ линейахъ	16
О параллельныхъ	19
О прямыхъ въ отношеніи къ окружности круга, и какія оныя окружности имѣютъ отноше- нія одна къ другимъ	21
О углахъ въ кругѣ	26
О прямыхъ, заключающихъ въ себѣ пространство	31
О равенствѣ треугольниковъ	34
О полигонахъ или многоугольникахъ	36
О пропорціональныхъ линейахъ	42
О подобіи треугольниковъ	48
О линейахъ пропорціональныхъ въ кругѣ	58
О фигурахъ подобныхъ	61

О Т Д Ъ Л Ъ В Т О Р Ы Й.

О поверхностяхъ	73
О мѣрѣ поверхностей	76
О измѣреніи поверхностей саженьями	87
О сравненіи поверхностей	89
О плоскостяхъ	97
О свойствахъ прямыхъ линей сѣкомыхъ парал- лельными плоскостями	104

О Т Д Ъ Л Ъ Т Р Е Т І Й.

О тѣлахъ	106
О тѣлахъ подобныхъ	110
О мѣрѣ поверхностей тѣлъ	111

	стр.
О содержаніяхъ поверхностей тѣлъ - - -	117
О толщинѣ призмъ - - -	119
О измѣреніи толщины призмъ и цилиндровъ	120
О толщинѣ пирамидъ и конусовъ - - -	122
Мѣра толщины пирамидъ и конусовъ - -	123
О толщинѣ шара, его секторовъ и сегментовъ или отсѣковъ - - - - -	126
О измѣреніи другихъ тѣлъ - - -	128
О измѣреніи тѣлъ саженими - - -	134
О измѣреніи лѣсовъ - - -	137
О содержаніяхъ тѣлъ вообще - - -	138

ОСНОВЫ ГЕОМЕТРІИ.

1. Пространство тѣлами занимаемое, всегда имѣетъ три измѣренія: длину, ширину и толщину или глубину.

Хотя сѣи три измѣренія находятся всегда вмѣстѣ во всемъ томъ, что есть тѣло, однако мы довольно часто отдѣляемъ ихъ умственно. На примѣрѣ: когда мы думаемъ о глубинѣ какой-либо рѣки или рейда, и проч: тогда не занимаемся ихъ длиною и шириною, а только глубиною. Подобно, когда разсуждаемъ о количествѣ вѣтра, кое какое-либо парусъ вмѣститъ въ себя можетъ, тогда думаемъ только о длинѣ и ширинѣ паруса, ни мало не мысля о его толщинѣ.

И такъ различимъ сѣи три рода протяженія, а именно:

Протяженіе въ одну длину только, назовемъ линіею;

Протяженіе въ длину и ширину только, на-
именуемъ поверхноснїю;

Наконецъ, протяженіе въ длину, ширину и толщину, будемъ называть тѣломъ.

Мы будемъ изслѣдывать свойства сихъ трехъ родовъ протяженій одно за другимъ; и сей-то есть предметъ науки называемой геометріею.

ОТДѢЛЪ ПЕРВЫЙ.

О линсахъ.

2. Концы линей называются **пючками**. Слѣмъ именемъ называемъ также мѣста, на конхъ линей пересѣчена или на конхъ линей встрѣчаются.

Можно на точку смѣрѣть какъ на часнь протяженія имѣющаго безконечнѣ мало длины, ширины и толщины.

Слѣдъ точки движущейся и направляющейя всегда къ одной и тойже точкѣ, называется **прямѣю** линсею. Оная еслъ самое крайчайшее разстоянїе между двумя пючками, на прим: ав (фиг. 1) еслъ **прямая** линсея.

Напротивъ того, **кривѣю** линсею называемъ слѣдъ точки, коя въ своемъ движенїи отъ прямой линей уклоняется безпредѣльно мало при каждой ступени.

Изъ сего можно видѣть, что видъ прямыхъ линей еслъ только оди ѣ; но кривыхъ безконечное множество.

3. Дабы провести на бумагѣ небольшую прямѣю линсею отъ одной точки до другой, какъ отъ а до в (фиг. 1), обыкновенно употребляютъ линейку, кою прикладываютъ къ пючкамъ а и в въ равномъ отъ обѣихъ отстоянїи, и ведутъ карандашемъ или перомъ подѣ приложенной линейки, чрезъ что и назначаютъ линсею ав.

Но когда похребно провести линсею довольно длинную, тогда прикрѣпляютъ въ пючкѣ а конецъ нити, напершій мѣломъ, и, положивъ другой конецъ ея на точку в, приподымаютъ нѣсколько нити и опускаютъ: ударенїемъ ея нити о поверхность, назначается желаемая **прямая** линсея.

Когда же случится проводить линеею очень великую, коей однако концы могутъ быть видны одинъ отъ другаго: тогда довольно будетъ назначить между сими предѣлами нѣкое число точекъ сея линееи. На прим. случилось бы проводить что нибудь въ линію на землѣ, тогда въ одномъ изъ предѣловъ, какъ в (ф. 2), поставяющіе колошечъ или сошку вв, который помощію ошвѣса ушанавливаютъ, сколько возможно прямо; такимъ же образомъ втыкаютъ и другой колошечъ въ точку а; и ставъ одинъ при семъ концѣ а, величъ поставляютъ по одиначкѣ многіе другіе колошки въ разныхъ точкахъ с, с и проч. между а и в; попомъ приложивъ глазъ свой сколько возможно ближе къ колошку ад, смещитъ на колошечъ вв. Еслили всѣ поставляемые колошки, какъ сс, закрываютъ вв, тогда опредѣленные такимъ образомъ точки с.с.с, и проч. суть всѣ въ прямой линіи ав; естлижъ предѣлы а и в невидны одинъ отъ другаго, тогда употребляемъ средшва, о коихъ покажемъ въ послѣдованіи.

4. Линееи измѣряемы бываютъ другими линейами; но, вообще, обыкновенная мѣра линей есть прямая линейа. Измѣряетъ прямую или кривую линію, или какое либо разстояніе, есть ничто иное, какъ сыскашь сколько разъ сія линейа или разстояніе содержишь въ себѣ известную и опредѣленную прямую, кою почитаютъ тогда уже единицею. Сія единица совершенно произвольная; по чему много находится различныхъ мѣръ въ разсужденіи линейи. Не смотря на сажень и ея части, коихъ раздѣленія показали мы въ Ариѳметикѣ, употребляемъ еще шагъ обыкновенной, шагъ геометрической, маховую сажень, и проч. для измѣренія малыхъ протяженій; вершу, милу, лугу, и проч. для большихъ.

Шагъ обыкновенный состоитъ изъ $2\frac{1}{2}$ футовъ.

Шагъ геометрической, который иначе называютъ двойнымъ, состоитъ изъ 5 ша футовъ.

Сажень маховая изъ 5 ша футовъ. Въ мореплаваніи маховыми сажнями цѣпляютъ длины веревокъ, и глубины измѣряемыя лотомъ.

Лига состоитъ изъ извѣстнаго числа шаговъ или геометрическихъ шаговъ. Морская лига изъ 2853 шаговъ. Миля, верста, и проч. суть также мѣры до пуги надлежащія, конхъ величина, такъ какъ и анги, не есть одинакова во всѣхъ земляхъ, какъ по тому, что каждая изъ сихъ родовъ мѣръ не заключаешь въ себѣ тогоже числа единицъ, ш. с. тогоже числа шаговъ или шаговъ или футовъ, и проч. такъ и по тому, что футовъ, служащій единицею самъ шагамъ или шагамъ, не вездѣ одинаковой величины (*).

5. Дабы облегчить уразумѣніе того, что будемъ говорить о линияхъ, мы положимъ, что фигуры, въ конхъ мы объ оныхъ разсуждать станемъ, изображены на поверхности плоской; а самъ именемъ называемъ такую поверхность, въ коей можно приложить прямую линию точно и вездѣ.

6. Изъ всѣхъ кривыхъ линий въ сихъ основахъ мы будемъ разсуждать только объ одной линіи, а именно, объ окружности круга. Такъ называется кривая линія $ВСГD$ (ф. 3), коея всѣ точки равно отстоятъ отъ точки A , взятой на тойже плоскости, на коей сія окружность начерчена. Точка сія A , именуется центромъ; прямая же линія AB , AC , AF , и проч. проводимая

(*) Сія мѣра употребляется во Французскомъ флоте, конхъ футовъ больше Англійскаго: въ Россійскомъ же употребительны, маховая сажень, состоящая изъ 6 Англійскихъ футовъ, и Италіанская миля. Какимъ образомъ сравниваются разныхъ земель мѣры, то показывающъ въ Арнемеликѣ.

отъ сей точки до окружности, называются радиусами, кои все равны между собою, послѣдую они измѣряющъ разстояніе отъ центра до каждой точки окружности.

Линіи, какъ въ, проходящія чрезъ центръ, и ограниченныя по обѣ стороны отъ окружности, называются діаметрами; и какъ каждой изъ нихъ соснотъ изъ двухъ радиусовъ, следовательно и все діаметры того же круга равны. Сверхъ сего явствуетъ, что каждой діаметръ раздѣляетъ какъ кругъ такъ и окружность на двѣ равныя части; ибо, представляя себѣ, что кругъ перегнутъ на самомъ діаметрѣ въ, всякъ усмотрѣть можеть, что все точки окружности въ должны сплывуть на точки окружности всею; въ противномъ случаѣ были бы шокія точки окружности, кои въ неравномъ разстояніи отъ центра.

Части окружности, какъ вс, се, ео и проч. называются дугами; заключенную же поверхность въ окружности всею именуемъ кругомъ.

Прямая, какъ де, проводимая отъ одного конца дуги в до другаго е, называется хордою или снѣгающею сѣя дуги.

7. Легко видѣнь можно, что равныя хорды того же круга, или равныхъ, снѣгающъ равныя дуги, и обратно.

Ибо, ежели хорда де равна хордѣ де, то представляя, что она и съ дугю своею будетъ положена на де, удобно видѣнь можно, что, когда точка в у нихъ общая, и точка е упадетъ на точку е, и все точки дуги де упадутъ на точки дуги де: понеже, если бы одна точка изъ нихъ не упала на дугу де, то бы не все точки находились въ равномъ разстояніи отъ центра д.

8. Всѣ согласились раздѣлять всякую окружность круга, малую или большую, на 360 равныхъ частей, изъ коихъ каждая называется градусомъ; каждый же градусъ на 60 равныхъ частей, называемыхъ минушами; каждую минушу на 60 равныхъ частей, именуемыхъ секундами; и продолжая таковое дѣленіе каждой шестидесятой части на 60, даюшъ названія по порядку: минушны, секунды, шерціи, кваршы, квиншы и проч.

Градусы означаются для сокращенія такъ:	О
минушны	I
секунды	II
шерціи	III
кваршы	IV

и такъ далѣе.

И такъ, дабы назначить сокращенно 3 градуса, 24 минушны, 55 секундъ, пишушъ: $3^{\circ} . 24' . 55''$.

Сіе раздѣленіе окружности принято вообще; но для удобностей по разнымъ намѣреніямъ на практикѣ, введены въ нѣкоторыхъ частяхъ практической математикѣ нѣкія особливые употребленія въ образѣ шипанія градусовъ и его частей. На прим: Астрономы шипаюшъ градусы по 30, кои они называютъ знаками; то есть, когда потребно сошипать на примѣрѣ $66^{\circ} . 42'$, понеже сіе число заключаешъ въ себѣ дважды 30° и $6^{\circ} . 42'$, они бы сочли 2 знака и $6^{\circ} . 42'$, и написали бы $2^3 . 6^{\circ} . 42'$.

Мореходцы, для употребленія компаса раздѣляюшъ окружность на 32 равныя части, изъ коихъ каждую называютъ румбомъ: почему каждая изъ сихъ частей естъ 32 я часть 360° т. е. содержащъ она въ себѣ $11^{\circ} . 15'$. И такъ, вмѣсто что бы сказать 45° , говоряшъ 4 румба, поелику 4 раза $11^{\circ} . 15'$, дѣлаюшъ 45° . Равнымъ

образомъ вмѣсто $18^{\circ}. 27'$ сказали бы, румбъ и $7^{\circ}. 12'$ вѣпра.

О углахъ и ихъ мѣрѣ.

9. Двѣ лини ав, ас встрѣчающіяся, могутъ сдѣлать отъверстіе большее или меньшее, какъ усмотрѣнся въ фигурахъ 4. 5. 6.

Сіе отъверстіе насъ называютъ угломъ, и сей уголъ именуютъ прямолинейнымъ, криволинейнымъ и смѣшеннолинейнымъ, по линиямъ его объемлющимъ, когда онѣ или обѣ прямыя, или обѣ кривыя, или одна изъ нихъ прямая, а другая кривая.

Мы не будемъ говорить теперь какъ только о углахъ прямолинейныхъ.

10. Дабы имѣть точное понятіе о углѣ прямолинейномъ, должно представить себѣ, что прямая ав сперва лежала на ас, и оборотилась около точки а (какъ одна ножка циркуля на его шланерѣ или скрѣпкѣ), дабы придти въ положеніе ав, въ коемъ она теперь находится. Количество отъверстія, сдѣланнаго обращеніемъ ав, есть точно то, что называютъ угломъ.

Слѣдуя сему понятію, удобно вообразить можно, что величина угла не зависитъ отъ величины сторонъ, шакъ что уголъ объемлемый прямыми ас, ав (ф. 4), есть точно тотъ же, что и уголъ объемлемый прямыми линиями аф и ае, кои суть только продолженія первыхъ; и самымъ дѣломъ, линіи ав и ае должныствовали сдѣлать тоже отъверстіе, дабы придти въ перешедшее ихъ положеніе.

Точка а, на коей встрѣчаются двѣ лини ав, ас, называется вершиною угла; а сн двѣ лини ав, ас, его сторонами.

Для названія какого-либо угла употребляемъ три буквы, изъ коихъ одна означаетъ его вершину.

а другія двѣ ставятся по сторонамъ его; и произиде сѣи буквы полагаемъ всегда при вершинѣ находящуюся въ срединѣ. И такъ, что бы называть уголъ содержащійся въ ав, ас, скажемъ уголъ нас или сав.

Сѣе впрещеніе особливо нужно, когда многіе углы находятся при ш. иже вершинѣ; ибо ежели бы сказали на прим: просто уголъ а (въ 4. ф.), не можно бы было узнать, о комъ изъ двухъ нас или сав говоримъ; но когда одинъ только уголъ находится, какъ (въ 4*. ф.), тогда можно сказать просто уголъ а, и называть его буквою при вершинѣ находящеюся.

11. Понеже уголъ нас (ф. 4.) есть не иное что какъ опроверженіе, кое сторона ав, обращая около почки а, должна швовала сдѣлать, дабы пришла въ положеніе ас въ положеніе ав; и послѣдствіе каждая почка прямая ав, какъ почка в, на прим. будучи всегда въ томъ же разстояніи отъ а, необходимо назначать дугу круга, увеличивающуюся или уменьшающуюся, какъ самый уголъ увеличился или уменьшился: не несвойственно будешь взять сѣю дугу мѣрою самого угла. Но какъ каждая почка прямой ав описывается дугу разной длины: по чему не длину дуги брать должно мѣрою, а число градусовъ и его частей, кое всегда будешь тоже въ каждой дугѣ, описанной каждою почкою прямая ав: понеже всѣ ея почки, начиная, продолжая и кончая свои движенія, въ тоже время непремѣнно сдѣлаютъ тоже число ступеней: вся разность будетъ только въ томъ, что почки далѣе отстоятъ отъ а, сдѣлаютъ большія ступени. И такъ можемъ сказать, что

12. Къ кой-либо уголъ нас (ф. 4.) имѣетъ мѣрою число градусовъ и его частей дуги, находящейся между его сторонами, и описанной изъ его вершины, какъ изъ центра.

И такъ, когда въ послѣдованіи будемъ говорить: такой-то уголъ имѣетъ мѣрою такую-то дугу: должно понимать, что мѣра его есть число градусовъ и его частей сего дуги.

13. Слѣдственно, дабы раздѣлить уголъ на многія равныя части, надобно будетъ раздѣлить только дугу служащую ему мѣрою, на столько равныхъ частей, и опъ точекъ сѣченія провести прямыя до вершины сего угла. О раздѣленіи дугъ будемъ говорить ниже.

14. А чтобы сдѣлать уголъ равный другому, на прим: при точкѣ а линіи ас (ф. 4*) сдѣлать уголъ равный углу вас (ф. 4.), должно изъ точки а, какъ изъ центра, и произвольнымъ раствореніемъ циркула описать неопредѣленную дугу сб; потомъ положивъ конецъ циркула на вершину а даннаго угла вас, описать тѣмъ же раствореніемъ дугу вс содержащую двумя сторонами сего угла, и смѣривъ разстояніе опъ с д в, положишь его опъ с на в, что опредѣлитъ точку в; чрезъ сію и точку а проведя линію а в, получимъ уголъ вас, равный углу вас.

Самымъ дѣломъ уголъ вас имѣетъ мѣрою дугу вс (12), а вас дугу вс. Слѣдственно сн двѣ дуги равны, понеже, принадлежа къ равнымъ кругамъ, имѣющъ сверхъ сего и хорды равныя (7): ибо разстояніе опъ в до с сдѣлано тоже, что и опъ в до с.

15. Уголъ вас (ф. 5.) называется прямой, когда одна изъ его сторонъ ав не наклоняется ни къ сторонѣ ас, ни къ ея продолженію ад.

Острымъ угломъ называющъ, (ф. 4), когда одна изъ его сторонъ ав наклоняется больше къ его другой сторонѣ ас, нежели къ продолженію сего другой ад.

На конецъ, тупымъ называющъ тотъ (ф. 6), когда одна изъ его сторонъ ав наклоняется больше

къ продолженію другой стороны ас, нежели къ самой ею сторонѣ.

16. Заключимъ изъ того, что было сказано (12) о мѣрѣ угловъ: т.е., что прямой уголъ имѣетъ мѣрою 90° , острый меньше 90° , а тупой больше нежели 90° .

Ибо, ежели линия ае (ф. 3.) не наклоняется ни къ ав, ни къ ея продолженію ад, два угла вae, дае будутъ равны; и посему дуги ве и де будучи ихъ мѣрою, будутъ также равны. Слѣдовательно сіи двѣ дуги, составляя купно полуокружность, дѣлаютъ вмѣстѣ 180° : почему каждая изъ нихъ есть 90° ; а по сему и каждый изъ двухъ угловъ вae, дае будетъ имѣть по 90° .

Изъ сего явствуетъ, что уголъ вae меньше, а вад больше нежели 90° .

17. 2 е. Два угла вae, вад (ф. 4, 5 и 6), составляемые прямою ав, падающею на другую прямую cd, имѣютъ всегда 180° .

Ибо на точку а (ф. 4.) можно всегда смотрѣть какъ на центръ круга, коего cd есть тогда діаметръ. И такъ два угла вae и вад имѣютъ мѣрою двѣ дуги вс и vd, составляющія полуокружность, и будутъ посему имѣть вмѣстѣ 180° , или столько, сколько два прямые.

18. 3 е. Ежели опъ шойже почки а (ф. 3), будетъ проведено сколько нибудь прямыхъ ac, ae, af, ad, ag, и проч: всѣ углы ими составленные, какъ вae, sae, eaf, fad, dag, gав, будутъ имѣть 360° : понеже они не займутъ болѣе окружности круга.

19. Таковыя два угла, какъ вae и вад (ф. 4), кои взятыя вмѣстѣ дѣлаютъ 180° , называются исполненіями (супплементами) одинъ другаго; посему вae есть исполненіе угла вад, а вад исполненіе вae: понеже одинъ изъ сихъ угловъ служитъ добавкомъ другому для сдѣланія 180° .

По чему равные углы будутъ имѣть равныя исполненія, и углы, имѣющіе равныя исполненія, будутъ равны.

20. Заключимъ изъ сего, что углы в а с, е а д (ф. 7), пришивулежащіе при вершинѣ и сдѣланные двумя прямыми в д и е с, суть равны.

Ибо какъ в а с такъ и е а д имѣютъ тоже исполненіе, ш. е. уголъ с а в.

21. Дополненіемъ (комплементомъ) какого-либо угла или дуги называющъ то, чемъ сія дуга меньше или больше нежели 90° . И посему угла в а с (ф. 3) будетъ дополненіе с а в, а угла в а в дополненіе уголъ в а е. Слѣдовательно дополненіе дуги или угла есть не иное какъ то, что надлежитъ прибавить къ углу или дугѣ, или убавить, чтобъ было 90° .

Острые углы, имѣющіе равныя дополненія, будутъ равны; тоже должно разумѣть и о тупыхъ. И обратно: равные углы имѣютъ равныя дополненія.

Углы сіи встрѣчаются съ нами безпрестанно какъ въ теоріи, такъ и въ практикѣ. Въ послѣдованіи довольно будемъ имѣть случаевъ убѣдить себя, что они встрѣчаются съ нами при каждомъ шагѣ въ теоріи. Чтожъ касается до практики, замѣтимъ сіе, что посредствомъ угловъ разсуждаютъ о пути судна; ими различаютъ, на вѣтренной ли сторонѣ находится встрѣтившееся на морѣ судно, или на подвѣтренной; посредствомъ угловъ опредѣляютъ положенія предмѣстовъ однихъ во отношеніи къ другимъ; посредствомъ премѣненія угловъ составляемыхъ парусами и рулемъ съ килемъ судна, производятъ разныя его повороты, премѣняяютъ его путь, и прибавляютъ или убавляютъ ему ходу. Сверхъ сего мѣрою сихъ же угловъ опредѣляютъ мѣсто судна на морѣ.

Инструментовъ, служащихъ для измѣренія угловъ, или для сдѣланія ихъ по потребностямъ нашимъ, находящіяся довольно всякое число. Покажемъ теперь главнѣйшіе изъ оныхъ.

22. Инструментъ представленный въ 8. ф. и называемый транспортомъ, служи́тъ какъ для измѣренія угловъ на бумагѣ, такъ и для сдѣланія ихъ на оной по потребностямъ. Употребленіе его и удобно и часно. Онъ ни что иное, какъ полукружіе мѣдное или латунное, раздѣленное на 180° . Центръ его означенъ небольшою выемочкою с. Когда желашь измѣрить уголъ, какъ в а с (ф. 4, 5, 6, и проч), приложи центръ его с къ вершинѣ а измѣряемаго угла, и радіусъ с в сего инструмента къ одной изъ сторонъ онаго а с; тогда сторона а в, продолженная, естъли потребно, покажетъ линію раздѣленія сего инструмента, чрезъ кою сторона угла проходитъ, сколько градусовъ въ дугѣ транспортира содержи́мой между сторонами угла в а с, и слѣдственно (12) сколько градусовъ въ самомъ углѣ в а с.

Для сдѣланія угла какого-либо опредѣленнаго числа градусовъ посредствомъ того же инструмента, приложи радіусъ с в сего инструмента къ линіи, коя должна быть стороною желаемому углу, такъ, чтобы центръ с былъ на точкѣ, коя должна быть вершиною сего угла; потомъ сыскавъ на раздѣленіи его число требуемыхъ градусовъ, замѣнь на бумагѣ сію точку; чрезъ сію и вершину угла проведи прямую, коя и сдѣлаетъ съ первою искомый уголъ.

23. Для измѣренія угловъ на земли, употребляютъ инструментъ представленный въ (ф. 9); называютъ его графомениромъ. Онъ состоятъ изъ полукружія раздѣленнаго на 180° , съ назначеніемъ и полуграду́совъ, естъли величина сію діаметра позволяе́тъ. Діаметръ двъ прикрѣпленъ

къ инструменту; но діаметръ ес, называемый алидадомъ, прикрѣпленъ только въ центрѣ а, около коего можетъ обращаться и перейши концемъ своимъ с, всѣ раздѣленія инструмента. Каждый изъ сихъ двухъ діаметровъ имѣетъ при концахъ своихъ по мишеньку, сквозь кои смотря на предметы. Сей инструментъ поставленъ на ножкѣ и можетъ наклоняемъ быть во всѣ стороны по потребностямъ, безъ малѣйшей перемѣны положенія ножки *.

Когда должно измѣрить уголъ составляемый двумя прямыми проведенными отъ точки а, гдѣ находишься, къ другимъ двумъ предметамъ г и с: поставляютъ центрѣ графометра въ точку а, и направляютъ инструментъ такъ, чтобы смотря сквозь мишеньки прикрѣпленнаго діаметра да в, можно было видѣть одинъ изъ сихъ двухъ предметовъ г, и что бы въ то же время другой предметъ с находился на продолженіи плоскости инструмента, что дѣлается большимъ или меньшимъ наклоненіемъ графометра; потомъ подвигаютъ алидаду ес, пока увидятъ предметъ с сквозь мишеньки е и с; дуга вс, заключаемая между двумя діаметрами, будетъ мѣра угла саг.

Явствуетъ также изъ вышесказаннаго, какимъ образомъ можно составить на земли уголъ опредѣленнаго числа градусовъ. По большей части дѣлаютъ на широтѣ и при концѣ подвижнаго діаметра, раздѣленія, кои въ сходственность ихъ соотвѣтствія раздѣленіямъ самаго инструмента, служатъ къ познанію частей градуса по 5 минутъ или по 3.

* Наши землемеры вмѣсто Графометра обыкновенно употребляютъ Астролябію, коей составъ и употребленія всякъ изъ учащихъ объяснить можетъ.

Сей инструментъ часпо имѣетъ также при себѣ обыкновенный компасъ, который можно видѣть въ той же 9 фигурѣ.

Намагниченная стрѣлка, составляющая главной его членъ, поддерживается на самой срединѣ шпилькою, по коей она имѣетъ всевозможное обращеніе. И какъ свойство ея есть пребывать всегда въ томъ же положеніи, или возвращаться на оное, когда съ него сойдеть (по крайности въ томъ же самомъ мѣстѣ и для довольно долгаго времени), съ пользою употребляютъ ея при таковыхъ инструментахъ для опредѣленія положенія предметовъ въ отношеніи къ кардинальнымъ точкамъ, или въ отношеніи къ линіи Норда и Зюйда, съ кою оное положеніе дѣлаетъ всегда тожъ же уголъ на томъ же самомъ мѣстѣ. Край бумажки, находящейся подъ стрѣлкою, раздѣленъ обыкновенно на 360° окружности. Когда обращаютъ инструментъ, стрѣлка, по своему свойству приходитъ въ тожъ же положеніе, назначаетъ чрезъ сіе новое раздѣленіе, коему она соотвѣтствуетъ, на сколько градусовъ инструментъ обороченъ.

Обыкновенный компасъ употребляютъ и безъ графоменбра; но сіе употребленіе бываетъ только для того, дабы опредѣлить на черно почки подробностей какого либо плана или карты, коихъ главнѣйшія почки были уже назначены съ точностію, таковымъ образомъ, о комъ покажемъ въ послѣдованіи.

24. Компасъ морской или пель-компасъ (ф. 10.) ни чѣмъ не различествуетъ отъ обыкновеннаго компаса, кромѣ того что повѣшенъ такъ, чтобы члены его, служащіе для измѣренія угловъ, всегда оставались горизонтальны. Когда употребляютъ его только для познанія направленія кили корабля, тогда называютъ его пухевымъ компасомъ. Содержащъ его въ ящикѣ называе-

момъ нокшаусомъ, который поставляется на самой срединѣ широты корабля. Намагниченная стрѣлка на осѣвляется просто на шпилькѣ, какъ въ обыкновенномъ компасѣ, она бы подвержена была великому качанію; накладываютъ на нее слюду обрѣзанную кругло, подкладываютъ одну еѣ обѣихъ сторонѣ бумагою, и назначаютъ наверху лилею въспровъ, т. е. раздѣляютъ окружность на румбы. Слѣдственно удобно предсавить можно, что если бы корабль нѣсколько оборотился, стрѣлка, сохраняя всегда то же положеніе, или приходя въ оное, не соотвѣтствовала бы той же точкѣ нокшауса. И такъ замѣшивъ румбъ соотвѣтствовавшій тому, который стрѣлка лишь показывала, можно узнать на сколько оныхъ корабль уклонился. И по сему оный компасъ можно употреблять для приведенія и постоянного удержанія корабля въ томъ же направленіи.

Когда употребляютъ компасъ для снятія предместовъ, т. е. для познанія румбовъ, коимъ оныя соотвѣтствуютъ, тогда называютъ его пель-компасомъ. Сіе названіе дано ему отъ другаго употребленія, о коемъ говорить не есть здѣсь приличное мѣсто. Тогда присовокупляютъ къ нему двѣ мишеньки а и в (ф. 10), сквозь кои смотрятъ на предметы, коихъ положеніе узнать желаютъ. На морѣ потребно имѣть двухъ смотрителей; одинъ что бы наводилъ пель-компасъ для усмотрѣнія предмета, а другой въ тожъ самое время примѣчалъ бы положеніе стрѣлки въ отношеніи къ линіи де, коя есть нить протянутая перпендикулярно къ линіи умственно проведенной отъ а до в.

О перпендикулярахъ и наклонныхъ линеяхъ.

25. Сказали мы (15), что линия ав (ф. 5),
коя не наклоняется ни къ ас ни къ ад, дѣлаетъ
съ ними углы называемые прямыми.

Самая же линия ав именуется перпенди-
куляромъ къ ас или дс, или къ ад.

Слѣдую сему опредѣленію, должны принять
за очевидныя истины три слѣдующія предложе-
нія:

26. 1 е. Когда линия ав (ф. 11) перпенди-
кулярна къ другой сд, то и она сд пер-
пендикулярна къ ав.

Ибо, когда ав перпендикулярна къ сд, углы
аес, аед равны; посему аед равенъ и вес (20);
слѣдственно и аес равенъ вес; по чему и линия
се или сд не наклоняется ни къ ае ни къ ве;
слѣдовательно и перпендикулярна къ ав.

27. 2 е. Отъ той же точки е, взятой на
линии сд, не можно возсавить больше
одной перпендикулярной къ сей линии.

28. 3 е. И отъ той же точки а, взятой
вънѣ линии сд, не можно опустить больше
одной перпендикулярной къ сей линии.

Ибо въ одномъ только случаѣ линия прохо-
дящая чрезъ точку е или точку а можетъ не на-
клоняться ни къ ед ни къ ес.

29. Линии проведенныя отъ точки а и
находящіяся въ равномъ разстояніи отъ
перпендикуляра, будутъ равны; и чѣмъ
далье отъ него оишюашъ, тѣмъ будутъ
больше; и посему перпендикуляръ есть са-
мая кратчайшая изъ всѣхъ.

Положимъ, что ед равна еф; и представимъ,
что фигура аед оборочена на фигуру аеф: яв-
ствуетъ, что при общей линии ае, и когда уголъ

а \angle Γ равенъ углу Δ Γ Γ , линия Γ Γ ляжетъ на Γ Γ , и точка Γ упадетъ на точку Γ , послѣку Γ Γ полагається равна Γ Γ ; слѣдовательно и Δ Γ ляжетъ на Δ Γ ; а посему и равны будутъ. Чтоже надлежитъ до второй части предложенія, очевидно, что точка Γ линии Γ Γ , отстоя дѣлѣ отъ Δ Γ , нежели точка Γ той же Γ Γ , необходимо будетъ она дальше отъ какой бы то ни было точки линии Δ Γ , нежели Γ отъ той же самой точки; посему Δ Γ больше Δ Γ ; слѣдовательно и перпендикуляръ есть самая кратчайшая изъ всѣхъ.

30. Линии Δ Γ , Δ Γ , Δ Γ называются наклонными въ отношеніи къ перпендикуляру Δ Γ и линии Γ Γ ; и вообще, наклонная линия къ другой есть та, коя съ тою другою дѣлаетъ или острый или тупой уголъ.

31. Послѣку (29) наклонныя Δ Γ , Δ Γ равны, когда находящаяся въ равномъ разстояніи отъ перпендикуляра, изъ сего должно заключить, что, когда линия перпендикулярна къ другой на срединѣ е линии Γ Γ , каждая изъ ея точекъ столько же отстоитъ отъ конца Γ , сколько и отъ Γ . Ибо, что было сказано о точкѣ Δ , равнобрно принадежитъ ко всякой другой точкѣ линии Δ Γ или Δ Γ .

32. Не меньше очевидно, что только точки перпендикуляра Δ Γ на срединѣ Γ Γ могутъ быть въ равномъ разстояніи отъ Γ и Γ ; ибо всякая точка, коя будетъ на правой или на лѣвой сторонѣ перпендикуляра, очевидно будетъ ближе къ одной изъ ея точекъ, нежели къ другой.

И такъ, чтобы линия была перпендикулярна къ другой, должно, чтобы она проходила чрезъ двѣ точки, находящіяся въ равномъ разстояніи отъ двухъ точекъ, взятыхъ на сей другой.

33. Заключимъ изъ сего 1 е, дабы воспановить перпендикуляръ на срединѣ лини $ав$ (ф. 12), должно поставитъ конецъ циркула въ точку $в$, и разтвореніемъ большимъ половины прямой $ав$ напisać дугу $ік$; потомъ поставивъ ножку циркула въ $а$, и тѣмъ же разтвореніемъ напisać дугу $лм$, пересѣкающую первую на $с$, коя будетъ въ равномъ разстояніи отъ $а$ и $в$. Потомъ такимъ же образомъ опредѣли и другую точку $д$, внизу или вверху прямой $ав$, тѣмъ же или другимъ разтвореніемъ циркула. Послѣ сего проведи чрезъ сіи двѣ точки $с$ и $д$ прямую $сд$, которая и будетъ перпендикулярна на срединѣ $ав$.

34. 2 е. Если отъ точки $е$ внѣ лини $ав$ (ф. 13) потребно будетъ провести перпендикулярную къ ней; поставь конецъ циркула на $е$, и отверстіемъ большимъ самого кратчайшаго къ $ав$, другимъ концомъ опиши двѣ маленькія дуги, сѣкущія $ав$ на точкахъ $с$ и $д$; потомъ изъ сихъ двухъ точекъ какъ изъ центровъ и разтвореніемъ циркула большимъ половиною $сд$, опиши двѣ дуги сѣкущіяся на точкѣ $ф$; чрезъ сію и точку $е$ проведи линію $еф$, которая и будетъ перпендикулярна къ $ав$ (32): понеже будетъ у нея двѣ точки $е$ и $ф$ въ равномъ разстояніи каждая отъ двухъ точекъ $с$ и $д$ прямая $ав$.

35. Если точка $е$, чрезъ кою проходить должно перпендикуляръ, будетъ на самой лини $ав$, поступай такимъ же образомъ: смотри ф. 14.

На конецъ, если бы точка $е$ находилась въ такомъ мѣстѣ, что неудобно бы было назначить, кромѣ одной точки изъ $с$ и $д$, продолжи тогда $ав$ и поступай какъ выше сказано: смотри ф. 15 и 16, изъ коихъ послѣдняя служитъ примѣромъ, когда должно воспановить перпендикуляръ при концѣ прямой $ав$.

О параллельныхъ.

36. Двѣ прямыя, проведенныя на той же плоскости, называющіяся параллельными, когда онѣ никогда не могутъ встрѣпиться, сколь бы далеко продолжены ни были.

Слѣдственно двѣ параллельныя линіи не дѣлаютъ угла.

Посему двѣ параллельныя линіи вездѣ находятся въ равномъ одна отъ другой разстояніи: ибо явно, если бы въ одномъ мѣстѣ нашлись онѣ ближе одна къ другой, нежели въ другомъ, были бы онѣ наклонны одна къ другой; почему могли бы на концѣ и встрѣпиться.

По сихъ познаніяхъ можно утвердить слѣдующія пять предложеній.

37. 1 е. Когда двѣ параллельныя линіи $ав$ и $сд$ (ф. 17) пересѣкаются прѣпью $еф$, (кою называющъ тогда *сѣкущую*) углы $вге$, $днѣ$, или $агн$, $снѣ$, кои онѣ дѣлаютъ по ту же сторону съ сѣю линією, суть равны. Ибо линіи $ав$ и $сд$, не имѣя никакого между собою наклоненія (36), необходимо должны ствовать быть равно наклонными по одну и ту же сторону каждая въ разсужденіи всякой линіи, съ кою ихъ сравнивать будутъ.

38. 2 е. Углы $агн$, $гнд$ суть равны. Ибо лишь теперь видѣли, что $агн$ равенъ $снѣ$: посему $снѣ$ (20) равенъ $гнд$: слѣдственно и $агн$ равенъ $гнд$.

39. 3 е. Углы $вге$, $снѣ$ суть также равны. Ибо уголъ $вге$ равенъ углу $агн$ (20); посему, какъ показано было въ (37), что $агн$ равенъ $снѣ$, слѣдовательно $вге$ равенъ $снѣ$.

40. 4 е. Углы $вгн$, $днг$ или $агн$, $снѣ$, суть исполненія одинъ другаго: понеже $вгн$ есть исполненіе угла $вге$, который (37) равенъ углу $днг$.

41. 5с. Углы $\angle BGE$, $\angle HGF$ или $\angle AGE$, $\angle HFG$ суть исполненія одинъ другаго: ибо $\angle HGF$ исполняется угломъ $\angle HGE$, который (37) равенъ углу $\angle BGE$.

42. Каждое изъ сихъ пяти свойствъ будетъ всегда существовать, когда двѣ параллельныя линіи пересѣкаются третьею и взаимно: когда двѣ прямыя встрѣтившись съ третьею и будучь имѣя одно изъ сихъ пяти свойствъ, должно заключить, что онѣ параллельны; сіе и доказывается точно такимъ же образомъ.

Симъ угламъ, конхъ свойства лишь теперь мы изслѣдовали. дабы и въ которыхъ имена для укрѣпленія въ памяти свойствъ оныхъ. Углы $\angle BGE$, $\angle HGF$ называются внѣ поперечными, понеже находятся они по разныя стороны линіи EF и оба внѣ параллельныхъ. Углы $\angle AGH$, $\angle HGF$ называются внутренне поперечными, поелику, находясь по разныя стороны линіи EF , суть оба между параллельными. Углы $\angle BGN$, $\angle HGE$ называются внутренними по ту же сторону, понеже они между параллельными и по ту же сторону събѣгающей EF . На конецъ, углы $\angle BGE$, $\angle HGF$ именуются внѣшними по ту же сторону, понеже они внѣ параллельныхъ и по ту же сторону събѣгающей.

43. Изъ свойствъ, кои мы лишь доказали, можно заключить те, что, если два угла $\angle ABC$, $\angle DEF$ (ф. 18) обращенные въ одну сторону, имѣющіе стороны параллельны, будучь оные равны. Ибо, когда представимъ, что DE продолжена, пока встрѣжится съ BC на G , углы $\angle ABC$, $\angle BGC$ будутъ равны (37); и для той же причины уголъ $\angle BGC$ будетъ равенъ углу $\angle DEF$; слѣдственно уголъ $\angle ABC$ равенъ углу $\angle DEF$.

44. 2с. Дабы отъ данной точки с провести съ параллельную (ф. 19) къ линіи AB ; должно отъ точки с провести по произведенію неопредѣленную линію CE , которая бы пересѣкала

линию АВ на какой либо точкѣ Е; и чрезъ с, какъ показано (14), дважды протянувши линію сѣ, дѣлающую сѣ сѣ уголъ есѣ равный углу еѣв, который оная сѣ дѣласть сѣ АВ: линія сѣ проведенная такимъ образомъ, будетъ параллельна къ АВ (37).

На концѣхъ каждое изъ пяти свойствъ линіи только утвержденныхъ выше, можеть снабдить насъ средствомъ для проведенія параллельныхъ.

45. Перпендикуляры и параллельныя, о которыхъ мы говоримъ по порядку, суть въ великомъ употребленіи во всѣхъ частяхъ практической математики. Перпендикуляры нужны въ измѣреніи поверхностей и толщинъ шѣлъ; они вспрѣтаются при всякомъ случаѣ въ корабельной архитектурѣ. Какъ прямой уголъ удобнѣе составлять, стараются, что бы составъ фигуръ зависѣлъ сколько возможно лучше отъ перпендикуляровъ, нежели отъ всякой другой линіи.

Параллельныя, сверхъ ихъ великаго употребленія въ теоріи, для удобнѣйшаго доказанія многихъ предложеній, служащѣ основаніемъ многимъ полезнымъ дѣйствіямъ.

Часто употребляющѣ ихъ въ мореплаваніи особливо, дабы назначить на морскихъ картахъ переплышюй путь корабля, что и называющѣ назначеніемъ мѣсто. Въ послѣдованіи поточимъ о семъ поборѣе.

О прямыхъ въ отношеніи къ окружности круга, и какія оныя окружности имѣющѣ отношенія однѣ къ другимъ.

46. Единнообразная кривизна круга дастъ право заключить безъ дальнѣйшихъ доказаній....

т. е. Чѣо прямая не можеть вспрѣтаться съ окружностію, какъ только въ двухъ точкахъ.

2 е, Что въ томъ же полукружїи, самая бблыная хорда подыгасѣ въегда самую ббольшую дугу: и обратно.

Вообще называютъ сѣкущую (ф. 20) всякую линію какъ де, коя пересѣкаетъ кругъ въ двухъ точкахъ, и кошорая частію находится внѣ онаго: а прикасательною называется, коя только до- шрогивается окружности круга: какъ ав.

47. Прикасательная вспрѣчается съ окружностію только на одной точкѣ. Ибо ежели бы вспрѣшилась на двухъ, вошла бы въ кругъ: понеже отъ сихъ двухъ точекъ можно бы было провести два радіуса или двѣ равныя линіи, между коими всегда можно вообразить перпендикулярную къ линіи, соединяющей сіи двѣ точки; и какъ сей перпендикуляръ (29) есть короче нежели каждый изъ двухъ радіусовъ, можно видѣть, что прикасательная имѣла бы нѣсколько точекъ ближе къ центру, нежели тѣ, на коихъ она вспрѣчается кругъ; по сему была бы она въ кругѣ: что противно опредѣленію, лишь шеперь нами обѣ ней данному.

Поелику прикасательная имѣетъ одну только точку общую съ кругомъ, слѣдуетъ, что радіусъ са (ф. 21), доходящій до точки касанія, есть кратчайшій изъ всѣхъ линій проводимыхъ до прикасательной; и по сему (29) перпендикуляренъ же прикасательной. И такъ обратно прикасающаяся къ кругу въ одной какой либо точкѣ а, перпендикулярна къ концу радіуса са, проходящему чрезъ сію точку.

48. Слѣдовательно, явствуетъ, что бы провести прикасательную къ кругу, отъ данной точки а, должно къ сей точкѣ провести радіусъ са, и восставитъ при концѣ его перпендикуляръ, какъ показано въ (35).

49. По чему, ежели многіе круги (ф. 22), имѣющіе ихъ центры на той же прямой са, и всѣ проходящіе чрезъ шуже точку а, всѣ они будутъ имѣть общую прикасательную линию та, перпендикулярную къ са, и будутъ доприкасаться одинъ другому.

50. И такъ, чѣмъ написать кругъ опредѣленной величины, прикасающійся данному кругу вад (ф. 23.) въ данной точкѣ а, должно отъ центра с къ точкѣ а провести радіусъ са и продолжить его неопредѣленно; потомъ отъ точки а къ т или къ в (смотря, потребно ли, чѣмъ одинъ изъ круговъ заключалъ въ себѣ другой или нѣтъ), положить величину радіуса другого круга; послѣ чего центромъ т или в и радіусомъ та или ва написать окружность еф.

51. Перпендикулярная, возсѣявленная на срединѣ какой либо хорды, проходящій всегда чрезъ центръ круга и чрезъ средину дуги подпягаемой сею хордою (ф. 24.)

Ибо она должна пройти чрезъ всѣ точки равноотстоящія отъ концовъ а и в (32); и такъ очевидно, что центръ равно удаленъ отъ концовъ а и в, кои суть двѣ точки окружности: посему она проходитъ и чрезъ центръ.

Не меньше явно, что она пройдетъ и чрезъ средину дуги; ибо, ежели е есть середина дуги, и посему равныя дуги ае, ве имѣютъ равныя хорды (7), точка е находится въ равномъ разстояніи отъ а и в: посему перпендикулярная долженствуетъ пройти чрезъ точку е.

52. Когда центръ, середина дуги, и середина хорды находятся всѣ на той же прямой, линіе, проходящая чрезъ двѣ изъ нихъ, пройдетъ всегда и чрезъ третью.

И какъ не можно провести кромѣ одной перпендикулярной на срединѣ хорды, должно еще

заключить, что если перпендикулярная къ хордѣ пройдетъ хотя чрезъ одну изъ сихъ трехъ точекъ, пройдетъ необходимо и чрезъ другія двѣ.

Изъ сихъ свѣдѣній можно заключить,

53. 1 с. Способъ раздѣлять уголъ или дугу на двѣ равныя части.

Дабы раздѣлить уголъ \widehat{BAC} (ф. 25) на двѣ равныя части, изъ вершины его A , какъ изъ центра, и произвольнымъ радіусомъ опиши дугу DE ; потомъ изъ точекъ D и E попеременно, какъ изъ центровъ, и однимъ и тѣмъ же радіусомъ опиши двѣ дуги, сѣкущіяся на точкѣ G , чрезъ кою и точку A проведи AG , которая по (32) будучи перпендикулярна на срединѣ хорды DE , раздѣлитъ дугу DE на двѣ равныя части (51), слѣдственно и уголъ \widehat{BAC} ; понеже два частныя угла \widehat{BAG} , \widehat{GAC} имѣютъ мѣрою двѣ равныя дуги DG , EG .

54. 2 с. Способъ описывать окружность круга чрезъ три данныя точки, кои не сущь на одной прямой.

Да будуще A , B , C (ф. 26) сии три точки данныя: проведи прямыя AB , BC , кои будуще двѣ хорды искомаго круга. Возставъ перпендикуляръ (33) на срединѣ AB , тоже сдѣлай и на срединѣ BC : точка I , гдѣ сии перпендикуляры встрѣчаются, будетъ центръ. Ибо онъ долженъ быть и на DE (51), и по той же причинѣ на FG : слѣдственно онъ долженъ быть на ихъ пересѣченіи I , кое и есть одна только точка, которая общая симъ двумъ линиямъ.

55. Если бы потребовалось, сыскать центръ круга, или дуги уже написанной, очевидно, что довольно будетъ назначить три точки по изволению на сей дугѣ, и поступить, какъ выше показано.

56. И понеже одна только точка г, коя удовлетворяетъ сему вопросу, должно изъ сего заключить, что чрезъ при данныхъ точки не можно провести кромѣ одного круга; почему и АВ окружности не пересѣкутся на трехъ точкахъ, не закрывъ одна другую.

57. 3 е. Способъ проводящій чрезъ данную точку в (ф. 27 и 28) окружность круга, прикасающуюся къ другой окружности на данной точкѣ а.

Для сего должно чрезъ центръ с данной окружности, и чрезъ точку а, на коей она должна прикоснуться, провести радиусъ са, который продолживъ по ту или другую сторону по потребности, соединишь точку а съ точкою в, чрезъ кою желаютъ провести искомую окружность, и на срединѣ ав вставишь перпендикуляръ мн, свѣкущій а или ея продолженіе на точкѣ о. Сія о будетъ центръ; а ао или во радиусъ искомаго круга: ибо, послѣку окружность, которую хотѣишь описать, долженствуетъ пройти чрезъ точки а и в, центръ ея долженъ быть на мн, (51). Сверхъ сего, понеже сія же самая окружность должна прикоснуться на а, центръ ея долженствуетъ быть на са (49) или на ея продолженіи: и посему находящся онъ на точкѣ свѣченія линей са и мн.

58. Еслили бы вмѣсто окружности круга, была прямая, къ коей должно бы было провести отвѣтъ круга, проходящій чрезъ точку в, и прикасающійся на данной точкѣ а (ф. 29), дѣйствию было бы то же, съ тою только разностию, что линия ас была бы перпендикулярная, возставленная въ точкѣ а къ сей прямой.

59. 4 е. Двѣ параллельныя хорды ав, св (ф. 30) заключающіе между собою равныя дуги ас, вд.

Ибо перпендикуляръ $сг$, опущенный изъ центра $с$ на $ав$, долженъ раздѣлить (51) на двѣ равныя части каждую изъ дугъ $атв$, $сгд$; понеже онъ въ тожѣ время будетъ также перпендикуляромъ и къ $ав$ и къ $сг$ параллельной $сд$; посему сжели отъ равныхъ дугъ $ат$, $вт$ отнимутъ равныя дуги $сг$, $дг$, остальныя $ас$, $вд$ должны быть равны.

Заклучимъ изъ сего, что когда прикасательная нк параллельна къ хордѣ $ав$, точка прикосновенія $г$ будетъ на срединѣ дуги $атв$.

60. Предложенія, кои мы основали, (50, 57 и 58) относятся къ корабельной Архитектурѣ или къ строенію кораблей. Часто въ сей наукѣ требуются дуги, долженствующія или взаимно касаться или касать прямо и проходить чрезъ данныя точки. Изъ сказаннаго нами легче можно уразумѣть нѣкоторыя средства тамъ для сего предписанныя. Въ гражданской Архитектурѣ также довольно часто употребляютъ прикасающіяся дуги.

61. Последнее предложеніе, кое мы лишь доказали, можетъ служить, кромѣ другихъ употребленій, къ тому, чтобы проводить параллельную къ данной линіи.

О углахъ въ кругѣ.

62. Выше мы видѣли (12), какая вообще мѣра угловъ. Что мы намѣреваемся предложить здѣсь, то не есть новое средство для ихъ измѣренія, но дабы утвердить нѣкоторыя свойства, могущія быть намъ полезными въ послѣдованіи, какъ для нѣкоторыхъ дѣйствій, такъ и для облегченія доказательствъ.

63. Уголъ ман (ф. 31 и 32), имѣющій вершину при окружности и соснавленный двумя хордами или прикасательною и хордою,

имѣетъ мѣрою всегда половину дуги $BFED$,
содержимой между его сторонами.

Черезъ центръ C проведемъ діаметръ FN , па-
раллельный къ сторонѣ AM ; а діаметръ GE па-
раллельный къ сторонѣ AN : уголъ MAN (43) ра-
венъ углу FCE : почему онъ и мѣру будетъ
имѣть шу же, кою уголъ при центрѣ, ш. е. мѣра
его будетъ дуга FE : слѣдственно должно только
показать, что дуга FE есть половина дуги $BFED$.
И такъ, понеже AM параллельна къ FN , дуга BF
равна AN (59); а поелику и AN параллельна къ
 GE , дуга ED равна дугѣ AG ; посему и ED съ BF
будущъ равны AG съ AN , ш. е. GN ; но GN , какъ
мѣра угла GCN , должна быть равна FE , мѣрѣ
угла FCE , который равенъ (20) GCN ; посему BF
съ ED равны FE ; слѣдовательно и FE есть поло-
вина дуги $BFED$: и такъ уголъ MAN имѣетъ мѣ-
рою половину дуги $BFED$, содержащей между сво-
ими сторонами.

Въ семъ доказательствѣ подлагаютъ, что
центръ находится между сторонами угла или на
одной изъ его сторонъ; но ежели центръ будетъ
вънѣ его сторонъ, какъ случается въ уголѣ MAN
(ф. 32), не меньше же будетъ справедливо, что
половина дуги AL , содержащая между его сторона-
ми, будетъ мѣрою сего угла. Ибо ежели вообра-
зимъ прикасательную AN , уголъ VAL будетъ ра-
венъ LAN безъ MAN : и посему мѣра его будетъ
разность мѣръ сихъ двухъ угловъ, ш. е. (поелику
центръ его находится между сторонами) половина
 LBA безъ половины BEA или половина BL .

64. И такъ и е. Всѣ углы VAE , $всѣ$, $всѣ$
(ф. 33) имѣющіе вершины ихъ при окруж-
ности, и стоящіе на той же дугѣ или рав-
ныхъ, будущъ равны

Понже каждый изъ нихъ будетъ имѣть
мѣрою половину той же дуги BE (63).

65. 2 е. Всякой уголъ в а с (ф. 34), имѣя вершину свою при окружности, и концы концовъ споронѣ будуще на концахъ діаметра, будещъ прямой или 90° : ибо займешъ тогда между своими споронами полуокружность в о с, коя естъ 180° ; и какъ онѣ должнѣ имѣть мѣрною половину оныя (63), посему будещъ имѣть 90° .

66. Предложеніе, кое мы лишь только доказали (65), между многими другими употребленіями имѣетъ слѣдующія два:

67. 1 е. Дабы возстановитъ перпендикуляръ на концѣ в, линіи гв (ф. 35); когда не можно ее довольно продолжитъ: то, что бы исполнитъ показанное вб (35) съ удобностію, поступай такимъ образомъ:

Изъ точки в, взятой по произволенію въ линіи гв, и разтвореніемъ равнымъ разстоянію вв, опиши окружность авсн, сѣкущую гв на какой либо точкѣ а; чрезъ сію и центръ в проведи діаметръ авс; онѣ точки с, гдѣ сей діаметръ пересѣкаетъ окружность, проведи къ в линію св: она будещъ перпендикулярна къ гв. Ибо уголъ сва, составляемый сію съ гв, имѣетъ вершину свою при окружности и концы споронѣ на концахъ діаметра ас; слѣдовательно сей уголъ естъ прямой (65); посему св перпендикулярна къ гв.

68. 2 е. Дабы отъ данной точки е (ф. 36) въѣ круга авв провести прикасательную къ сію окружности. Соедини центръ с съ точкою в прямою се: и на се, какъ на діаметръ, напизи окружность саев, коя пересѣчетъ окружность авв въ двухъ точкахъ а и в, чрезъ каждую изъ конхъ и чрезъ точку е, проведши линіи ге и ае, получишь двѣ прикасательныя, кои только и можно провести отъ точки е къ окружности авв.

Для убѣжденія себя въ томъ, что сѣи лини
суть прикасательныя, должно только провести
радіусы $сд$ и $са$; два угла $сде$, cae , имѣя ихъ
вершины при окружности $асде$, и концы ихъ
сторонъ на концахъ діаметра $се$, будутъ саѣд-
ственно прямые (65). Ипакъ $де$ и $ае$ перпен-
дикулярны къ концамъ радіусовъ $сд$ и $са$; саѣдо-
вательно по (47) сѣи лини и прикасаются на поч-
кахъ $д$ и $а$.

69. Еслии продолжимъ сторону $ва$ (ф. 31.)
неопредѣленно къ $г$, будетъ уголъ $паг$, имѣ-
ющей также вершину свою при окружности: сей
уголъ, несославленный изъ двухъ хордъ, по-
скольку изъ одной хорды и продолженія другой,
не будетъ имѣть мѣрою половину дуги $ад$, за-
ключаемой между его сторонами; но половину
суммы двухъ дугъ $ад$ и $ав$, подыгаемыхъ сто-
роною $ад$ и продолженіемъ стороны $ат$: ибо
углы $паг$ съ $дав$, сослывая два прямые, будутъ
имѣть имѣть мѣрою полуокружность, а посе-
му можно видѣть изъ (63), что $дав$ имѣетъ
мѣрою половину $ав$; саѣдовательно $паг$ имѣетъ
мѣрою половину $ад$ и половину $ав$.

70. Уголъ $вас$ (ф. 37), коего вершина на-
ходится между центромъ и окружностію,
имѣетъ мѣрою половину дуги $вс$, содержи-
мой между его сторонами, имѣетъ съ поло-
виною дуги $де$, содержимой въ продолже-
ніи сихъ же сторонъ.

Отъ точки $д$, гдѣ продолженная $са$ встрѣ-
чается съ окружностію, проведемъ параллельную
къ $ав$; уголъ $вас$ равенъ $гдс$ (37), и будетъ
посему имѣть ту же съ нимъ мѣру, ш. с поло-
вину дуги $гвс$ (63), или (половину $св$ съ полови-
ною дуги $вг$, или послѣку $вг$ (59) равна $де$)
половину $св$ съ половиною $де$.

71. Уголъ $вас$ (ф. 38), коего вершина въ
круга, имѣетъ мѣрою половину впадой дуги

вс, безъ половины выпуклой ед, содержи-
мыхъ между его сторонами.

Отъ точки д, на коей са встрѣчается съ
окружностію, проводи де параллельную къ ав.

Уголъ вас равенъ еис (37); посему мѣра
нхъ будетъ таже, т. е. половина дуги сф, или
половина дуги св безъ половины дуги вф, или
(послику вф равна ед (59)) половина св безъ по-
ловины ед.

72. Посему явствуется, что когда стороны
угла заключающъ между собою дугу окружности,
и ежели сей уголъ имѣетъ мѣрою половину дуги
содержимой между его сторонами, вершина онаго
угла необходимо будетъ при окружности; ибо,
если бы она была въ другомъ какомъ мѣстѣ,
доказанныя предложенія (70 и 71) показали бы,
что онъ не имѣетъ мѣрою половины сей дуги.
И такъ, какъ бы ни былъ положенъ тотъ же
уголъ, ежели стороны его (ф. 33) проходящъ все-
гда чрезъ тѣхъ точки окружности в и е, вер-
шина его будетъ всегда на окружности. Посему,
если двѣ линейки ам, ан (ф. 39) скрѣпленныя
одна съ другою подвигались бы вмѣстѣ на тойже
плоскости, безпрестанно прикасаясь къ двумъ
ушвержденнымъ точкамъ в и с, вершина его а
описала бы окружность круга, который пройдетъ
чрезъ двѣ точки в и с.

Сіе можеть послужить, т. е. къ описанію
круга, проходящаго чрезъ три данныя точ-
ки в, а, с (ф. 39), когда не лзя прибли-
житься къ его центру. Должно будетъ соеди-
нить точку а съ точками в и с двумя линейками
ам, ан; скрѣпишь сіи двѣ линейки такъ,
чтобъ одна не отходила отъ другой; потомъ
оборачивая уголъ вас такъ, что бы линейки ам,
ан всегдъ прикасались точкамъ в и с, вершина
его а опишетъ желаемую окружность.

2 е. Къ описанію дуги круга, коя бы имѣла предложенное число градусовъ, и кошорая бы проходила чрезъ двѣ данныя точки в и с: что можетъ быть очень нужно въ практикѣ.

Для сдѣланія сего отънимемъ отъ 360. число градусовъ, кое сія дуга имѣтъ долженствустъ, и взявъ половину остатка разтворимъ двѣ линейки такъ, чтобъ онѣ дѣлали уголъ равный сей половине. Скрѣпивъ потомъ оныя двѣ линейки, и оборотивъ около двухъ ушвержденныхъ точекъ в и с, дуга в а с, кою вершина ея опишетъ симъ обращеніемъ, будетъ желасмага числа градусовъ.

Явствуемъ для чего дѣлаютъ уголъ в а с равный половине остатка: понеже онъ имѣетъ мѣрою половину в с, коя есть разность между цѣлою окружностію и дугою в а с.

О прямыхъ, заключающихъ въ себѣ пространство.

73. Самое меньшее число прямыхъ линий, кои могутъ заключить въ себѣ пространство, есть три, и тогда сіе пространство называется прямолинейнымъ треугольникомъ или просто треугольникомъ. а в с (ф. 40) есть треугольникъ; понеже онъ есть пространство, заключенное въ трехъ прямыхъ линияхъ; или точнѣе, поелику сія фигура имѣетъ только три угла.

Явствуемъ, что во всякомъ треугольникѣ сумма двухъ сторонъ, всячески взятая, всегда больше третей. а в с б в с, на примѣръ, больше а с: понеже а с, будучи прямая, проведенная отъ а до с, есть кратчайшее разстояніе между сими точками.

Треугольникъ, имѣющій всѣ три стороны равныя, называется равносидороннымъ. (ф. 41).

А тотъ, коего двѣ только стороны равны, называется равнобедреннымъ. (ф. 42).

У каѳо же всѣхъ при стороны не равны, называеиъ разностороннимъ (ф. 40).

74. Сумма всѣхъ прехъ угловъ треугольника равна двумъ прямымъ или 180° .

Продолжи неопредѣленно сторону ас къв (ф. 40) и предснавъ, что линия сд параллельна къ ав.

Уголъ вас равенъ углу все (37), понеже линии ав, сд параллельны. Уголъ авс равенъ углу всд по второму свойству параллельныхъ (38); следовательно два угла вас и авс вмѣстѣ, равны угламъ всд и все, т. е. углу все; по все снъ исполненіе (17 и 19) угла вса: по сему два угла вас и авс вмѣстѣ дѣлають исполненіе угла вса; по сему и при сн угла составляютъ 180° .

75. Доказательство лишь только данное нами, показываеиъ въ тожъ время, что внѣшній уголъ все треугольника авс равенъ суммѣ двухъ внутреннихъ вас и авс ему сопротивныхъ.

Заклучимъ изъ того, что было сказано (74). т. е. Прямолинейной треугольникъ имѣеиъ лишь только одинъ уголъ прямой: и тогда называють его прямоугольнымъ (ф. 43).

2г. Тѣмъ паче, не можеть онъ имѣиъ больше одного тупаго; въ семъ случаѣ называють его тупоугольнымъ (ф. 44).

3г. Онъ можеть имѣиъ всѣхъ при угла острые; тогда называють его остроугольнымъ (ф. 45).

4г. Зная два угла треугольника или ихъ сумму только, можно узнать третій, когда отъимешь извѣстную сумму двухъ угловъ отъ 180° .

5г. Когда два угла треугольника равны двумъ угламъ другаго, третій уголъ равенъ необходимо третьему: понеже каждыя три угла каждаго треугольника равны 180° .

6г. Два острые угла прямоугольнаго треугольника сущъ всегда дополненія одинъ

другаго (21). Ибо когда уже одинъ изъ угловъ треугольника имѣетъ 90° , для другихъ двухъ останется только 90° .

76. Выше видѣли мы (54), что всегда можно описать окружность круга около трехъ данныхъ точекъ, находящихся не на одной прямой: заключимъ изъ сего, что....

Всегда можно провести окружность круга чрезъ три вершины угловъ треугольника. Сіе называють описанъ кругъ около треугольника.

77. Изъ сего удобно заключить можно, т.е: ежели два угла въ треугольникѣ равны, стороны имъ сопротивыя будутъ такъ же равны; и обратно, когда двѣ стороны треугольника равны, углы, противулежащіе имъ, будутъ равны.

Ибо провели окружность чрезъ три угла а, в, с, (ф. 46), ежели углы авс, асв равны, дуги ихъ асс, аев, конхъ половины служатъ имъ мѣрою (63), необходимо будутъ равны; слѣдственно (7) и хорды ас, ав будутъ равны. И обратно, ежели стороны ас, ав равны, дуги ихъ асс, аев будутъ равны; по сему и углы авс, асв, конхъ мѣра половина свхъ дугъ, будутъ равны.

И такъ три угла равносророннаго треугольника суть равны; слѣдственно каждый изъ нихъ есть шреть 180° или имѣетъ въ себѣ 60° .

78. 2. Въ шомъ же треугольникѣ авс (ф. 47), большая сторона противулежитъ большему углу, а меньшая меньшему, и обратно.

Ибо ежели уголъ авс больше угла асв, дуга асс будетъ больше дуги аев; по сему и хорда ас больше хорды ав. Обратное сему доказывается такимъ же образомъ.

О равенствѣ треугольниковъ.

70. Множество находится предложеній, коихъ доказательствъ основаны на равенствѣ извѣстныхъ треугольниковъ, о коихъ въ оныхъ разсуждаютъ; по сему не исприлично показать здѣсь признаки, по коимъ можно узнать сіе ихъ равенство. Числомъ ихъ находится три.

80. Два треугольника равны, когда у нихъ углы содержимые въ сторонахъ, равныхъ порознь, равны.

Т. е. Пусть уголъ в треугольника в а с (ф. 48) будетъ равенъ углу в треугольника е д ф (ф. 49); и сторона а в равна д е; а сторона в с сторонѣ е ф; то увѣриться, что сіи треугольники равны, можно слѣдующимъ образомъ:

Представь, что фигура а в с положена на фигуру д е ф такъ, что сторона а в лежитъ точно на равной ей д е; то сторона в с упадетъ на е ф, понеже уголъ в равенъ углу е; и точка с на точку ф, послѣку в с полагается равною е ф. Когда же точка а находится на д, в с на ф, явствуетъ, что и а с ляжетъ точно по д ф; слѣдовательно и сіи два треугольника соумѣщаются. И такъ, что бы сдѣлать треугольникъ, косо извѣстныхъ двѣ стороны и уголъ содержимый: проводи прямую д е (ф. 49), равную одной изъ сторонъ данныхъ, и сдѣлай на ней уголъ д е ф (14) равный извѣстному; потомъ, сдѣлавъ е ф равную другой извѣстной сторонѣ, проводи д ф; что и дастъ тебѣ желаемый треугольникъ.

81. Два треугольника равны, когда имѣютъ по одной равной сторонѣ, прилежащей двумъ равнымъ угламъ порознь. т. е.

Пусть сторона а в (ф. 48) будетъ равна сторонѣ д е (ф. 49), уголъ в равенъ углу е, а уголъ а равенъ углу д,

Представь, что сторона AB положена точно на DE : BC упадетъ на EF , понеже уголъ B равенъ углу E . Подобнымъ образомъ, поелику уголъ A равенъ углу D , сторона AC ляжетъ на DF : по сему AC и BC встрѣтятся на точкѣ F : слѣдовательно и два треугольника равны.

И такъ, дабы составить треугольникъ, косто сторона и два прилежащіе ей угла извѣстны: проведи (ф. 49) прямую DE , равную извѣстной сторонѣ; при концахъ ея сдѣлай углы (14) E и D равные двумъ извѣстнымъ угламъ; тогда стороны EF , DF сихъ угловъ, встрѣщаясь, опредѣлятъ желаемый треугольникъ.

82. Предложеніе показанное (81) можетъ служить къ доказанію, что частны AC , BD (ф. 50) двухъ параллельныхъ, содержимыя между другими двумя параллельными AB , CD , суть равны.

Опусти два перпендикуляра AE , BF : углы AEC , BFD будутъ равны: ибо они суть прямые. И понеже AC параллельна BD , а AE BF : уголъ EAC равенъ углу $FB D$ (43); сверхъ сего AE равна BF (36). По сему и треугольники AEC , $BF D$ равны, понеже имѣютъ они по равной сторонѣ, прилежащей къ двумъ угламъ равнымъ по одному; слѣдовательно и EC равна FD .

Такъ же можно доказать, что если AC равна и параллельна BD : AB будетъ равна и параллельна CD : ибо сверхъ того, что сторона AC равна BD , и углы при точкахъ E и F прямые, уголъ AEC будетъ равенъ углу $BF D$, понеже AC параллельна BD (37); слѣдовательно (75) и третій уголъ EAC будетъ равенъ третьему $FB D$. По сему два треугольника, имѣя по одной сторонѣ равной изъ прилежащихъ равнымъ двумъ угламъ по одному, будутъ равны; по чему и AE равна BF ; слѣдовательно сѣи двѣ линии параллельны. И такъ отсюду и изъ того что было доказано (82) слѣдуетъ, что AB равна CD .

83. Два треугольника будутъ равны, когда всѣ три стороны у нихъ равны каждая по одной. III. е.

Пусть будетъ сторона $ав$ (ф. 48) равна стороне $де$ (ф. 49), сторона $вс$ равна $еф$, и сторона $ас$ равна $дг$.

Представь, что сторона $ав$ положена точно на $дг$, и треугольникъ $вас$ положенъ на треугольникъ $дег$. Говорю, что точка $с$ упадетъ на точку $г$.

Изъ точекъ $д$ и $г$, какъ изъ центровъ, и радиусами $де$ и $дг$ опиши двѣ дуги $жк$ и $нг$, пересѣкающіяся на $г$; явствуешь, что точка $с$ упадетъ на какую нибудь точку дуги $жк$; понеже $ас$ равна $дг$. По той же причинѣ точка $с$ упадетъ на которую нибудь изъ точекъ дуги $гн$, поелику $вс$ равна $еф$; по сему должна она упасть на точку $г$, коя есть одна общая точка симъ двумъ дугамъ, находящимся по сужь сторону прямая $де$: следовательно сии два треугольника соумѣщаются совершенно, и по сему равны.

И такъ, дабы составить треугольникъ, коего три стороны извѣстны, должно (ф. 49) провести прямую $де$, равную одной изъ извѣстныхъ сторонъ; и точкою $д$, какъ центромъ и радиусомъ, равнымъ другой извѣстной сторонѣ, описать дугу $жк$; также точкою $е$, какъ центромъ и радиусомъ, равнымъ третьей изъ извѣстныхъ сторонъ, описать дугу $гн$; наконецъ отъ точки ихъ пересѣченія $г$ провести къ точкамъ $д$ и $е$ прямая $гд$, $ге$.

О полигонахъ или многоугольникахъ.

84. Фигура о многихъ сторонахъ вообще называется многоугольникомъ.

Когда имѣетъ она три стороны, называютъ ее треугольникъ и трессторонникъ.

Когда 4 ... четырехсторонникъ;
 — 5 ... пятиугольникъ;
 — 6 ... шестиугольникъ;
 — 7 ... семиугольникъ;
 — 8 ... восьмиугольникъ;
 — 9 ... девятиугольникъ;
 — 10 ... десятиугольникъ.

Не будемъ болѣе продолжать названія сихъ именъ (понеже фигура сподъ же хорошо знаменуетъся при произношеніи числа ея сторонъ, какъ и употребленіемъ сихъ разныхъ именъ, коихъ великое число бесполезно бы обременило только память); но сихъ упомянули мы для того только, что онѣ встрѣчаются намъ чаще другихъ.

Выпуклымъ или выдавшимся угломъ называется тотъ, коего вершина внѣ фигуры. 51. фигура имѣетъ всѣ углы выпуклые.

Впалый или впадный напротивъ есть тотъ, коего вершина вдалась въ фигуру. Уголъ с в е (ф. 52) есть, впалый.

Діагональ фигуры есть прямая, проведенная отъ одного угла къ другому, не прилежащему къ первому. а в, а с (ф. 51) суть діагонали.

85. Всякой многоугольникъ можетъ раздѣленъ бытъ діагоналями, проведенными отъ одного изъ его угловъ, на столько треугольниковъ, сколько у него сторонъ безъ двухъ.

Посмотрѣвъ на 51 и 52 фигуру всякъ можетъ видѣть, что сіе всегда справедливо.

86. И такъ, дабы знаешь сумму всѣхъ внутреннихъ угловъ какоголибо многоугольника, должно взять 180° столько разъ, сколько сторонъ безъ двухъ.

Ибо очевидно, что сумма внутреннихъ угловъ многоугольниковъ $АВСДЕ$ (ф. 51) и $АВСДЕГ$ (ф. 52) есть также, что сумма угловъ треугольниковъ $АВС$, $АСТ$, и проч. И понеже при углахъ треугольника равны 180° : слѣдственно 180° должно взять столько разъ, сколько треугольниковъ, т. е. (85) столько разъ, сколько сторонъ безъ двухъ.

Примѣчаніе. Въ 52 фигурѣ, уголъ $С$ не, дабы заключался въ прошедшемъ предложеніи, долженъ смотримъ быть не отъ $В$ многоугольника, но снутри, какъ составленный изъ угловъ $АВЕ$, $АДС$; оный уголъ есть больше 180° , и который такъ же должно считать угломъ, какъ и всякой другой, который меньше 180° . Ибо уголъ вообще (то) есть не иное что, какъ поворотъ отъ вершины прямой, обращающейся около неподвижной своей точки; и хотя бы она обращалась больше или меньше 180° , отъ вершины, слѣдующее ей, есть всегда уголъ.

87. Если всѣ стороны многоугольника неимѣющаго впалыхъ угловъ будутъ продолжены въ одну сторону, сумма всѣхъ внѣшнихъ равна будетъ 360° , сколько бы сторонъ сей многоугольникъ ни имѣлъ. См. (ф. 51).

Ибо каждый внѣшній уголъ есть исполненіе внутренняго ему смѣжнаго; и такъ всѣ углы внутренніе со внѣшними равны столько разъ 180° , сколько сторонъ; но (86) внутренніе не разнствуютъ отъ сей суммы, какъ только дважды 180° или 360° ; слѣдовательно для внѣшнихъ остается только 360° .

88. Правильнымъ многоугольникомъ называютъ тотъ, когда у него всѣ стороны и всѣ углы равны. См. (ф. 53).

По сему легко узнать, сколько каждый внутренний уголъ правильного многоугольника имѣетъ въ себѣ градусовъ: ибо сыскавъ по показанному

предложенію (86) сколько всѣхъ внутреннихъ угловъ имѣющихъ, останется только раздѣливъ ихъ сумму на число сторонъ многоугольника. Та прим. если бы спросили, сколько ли градусовъ каждый внутренний уголъ правильного пятиугольника, послѣдку находящагося въ предложеніи вопросу пять сторонъ, беру 180° пять разъ безъ двухъ, т. е. три раза, что дастъ 540° внутреннихъ пяти угловъ; а какъ они всѣ равны, каждый будетъ имѣть пятую часть 540° , т. е. 108° .

89. Изъ опредѣленія правильного многоугольника слѣдуетъ, что всегда можно провести одну только окружность круга около всѣхъ угловъ правильного многоугольника.

Ибо доказано (54), что можно провести окружность круга, чрезъ три точки а, в, с (ф. 53); по сему говорю, что такая окружность проходитъ также чрезъ концы стороны сд. Самымъ дѣломъ легко можно доказать, что точка д, на кривой сѣй окружности должна встрѣтиться сторону сд, удалена отъ с на разстояніе, равное разстоянію вс: ибо, когда уголъ а вс равенъ углу всд, дуги ихъ а вс, всд, концы половинны служатъ мѣрою симъ угламъ (63), должны служить быть равны; по означенію отъ каждой изъ сихъ дугъ общей а в ео, оставшія сд, ав должны быть равны; по чему также (7) и хорды сд и ав равны; слѣдственно точка д, на кривой спорна сд встрѣчается съ окружностію, проходящую чрезъ точки а, в, с, есть также, что и вершина угла многоугольника. Также можно доказать и о углахъ е и ф.

90. По сему явствуетъ, что, дабы описать кругъ около правильного многоугольника, дѣло состоитъ только въ томъ, какъ провести его чрезъ вершины трехъ его угловъ; что и дѣлающъ, какъ показано было въ (54).

91. Всѣ перпендикуляры, опущенные изъ центра правильнаго многоугольника къ сторонамъ его, суть равны. Ибо когда сн перпендикуляры он, ол долженствуютъ упасть на средину каждой стороны (52): лини а н и а л будутъ равны; и а о есть общая двумъ треугольникамъ она и о л а. Сверхъ сего, понеже треугольники а во, а о ф имѣютъ три стороны равныя, каждая каждой: углы о а н, о а л равны. Слѣдовательно два треугольника о а н, о а л, имѣющіе равный уголъ, содержащій въ двухъ равныхъ сторонахъ, одина по единой, суть равны (80); по сему он равна ол.

И такъ, еслии радіусомъ, равнымъ одному изъ сихъ перпендикуляровъ, опущенныхъ на стороны многоугольника, опишутъ окружность, она коснется всѣмъ его сторонамъ. Сію окружность называющъ вписанною во многоугольникъ.

Каждый изъ перпендикуляровъ он, ол называется (Апотемой) многоугольника.

92. Явствуетъ, что, еслии изъ центра правильнаго многоугольника будутъ проведены лини ко всѣмъ угламъ онаго, сн лини содержатъ будутъ между собою равные углы: понеже сн углы измѣряются дугами стянутыми равными хордами: слѣдовательно, чинобъ найши уголъ при центрѣ правильнаго многоугольника, должно раздѣлить 360° на число его сторонъ. Ибо равные его углы вмѣстѣ измѣряются цѣлою окружностію. На прим. шестиугольника каждый уголъ при центрѣ будетъ шестая часть 360° , ш. е. будетъ имѣть 60° .

93. И по сему сторона шестиугольника равна радіусу описаннаго около его круга. Ибо когда проведемъ радіусы а о и во, треугольникъ а о в будетъ равнобедренный, и по сему (77) два угла в а о и а в о будутъ равны; и какъ уголъ

дов есть 60° , другіе два будутъ имѣть 120° (75); почему каждый изъ нихъ имѣетъ 60° : слѣдовательно всѣ сѣи при угла равны, и треугольникъ есть равносторонний (77); по сему АВ равна радіусу АО.

94. Нѣчего говорить больше о правильныхъ многоугольникахъ, конхъ прочія свойства удобно вывести изъ шѣхъ, оконхъ лишь только предложили: присовокупимъ только одно, что прежде показанное предложеніе служишь къ раздѣленію окружности на части имѣющія по 15 градусовъ.

Проведи два діаметра АВ, DE (ф. 54) одинъ къ другому перпендикулярные; и взявъ отверстіе циркула равное радіусу сѣ, положи его одно послѣ другого отъ Е до F, и отъ А до G; чрезъ что четверть окружности АЕ раздѣлена будетъ на три равныя части АF, FG, GE: ибо, понеже радіусъ взятъ для разтворенія циркула, слѣдуетъ изъ того, что сказали (93), что дуга EF есть 60° ти; а какъ EA 90° ; по сему AF 30° ти. По той же причинѣ AG есть 60° ти; и какъ AE есть 90° , слѣдовательно GE 30° ти. На конецъ, ежели отъ цѣлой дуги АЕ, 90° ти, отнимешь дуги АF и GE, кои вмѣстѣ равны 60° , остаточная FG будетъ 30° ти. Раздѣливъ такимъ образомъ четверть окружности на дуги 30° ти, удобно получишь дугу 15° ти, когда раздѣлишь каждую изъ дугъ АF, FG и GE по поламъ, какъ показано (53). Такимъ же образомъ поступай и съ каждою изъ трехъ остальныхъ четвертей АД, DV и VE.

Ежели бы потребно было продолжитъ сѣе раздѣленіе до дуги 1° сѣ, должно поступать на угадъ: ибо нѣтъ геометрическаго на сное рѣшенія. Однако есть геометрическое средство для сысканія дуги 3° ; но какъ предложенія къ сему ведущія, не приносятъ никакой другой пользы, объ оныхъ и говорить не станемъ.

Замѣтимъ только сіе, что мы разумѣмъ подѣ рѣшеніями геометрическими: оныя суть шаковыя, что бы пререкуемое было сдѣлано опредѣленнымъ числомъ дѣйствій линейки и циркула.

О пропорціональныхъ линияхъ.

05. Прежде нежели начнемъ разсуждать о принадлежащемъ до линий пропорціональныхъ, помѣстимъ здѣсь нѣсколько предложений касающихся до пропорцій, кои суть непосредственныя продолженіе того, что было показано въ Ариѳметикѣ. Но для сокращенія въ рѣчи, согласимся, что, когда впереди должно будетъ одно количество прибавить къ другому, оное будемъ изображать знакомъ: $+$, который тоже будетъ значить, что сѣ вмѣстѣ сѣ; и такъ $4+3$ будетъ значить 4 сѣ 3 мя или 4 вмѣстѣ сѣ 3 мя, или 3 прибавленные къ 4 мѣ. Подобнымъ образомъ для означенія вычитанія будемъ употреблять знакъ: $-$, который тоже значить, что безъ; и такъ $5-2$ значить будетъ 5 безъ 2 хъ, или что должно отнять 2 отъ 5. Какъ не всегда нужно опираясь самымъ дѣломъ сіе дѣйствія, но только разсуждать объ обстоятельствахъ сѣхъ дѣйствій, часто полезно изображать оныя знаками, нежели сѣискивать, что выдесть.

Дабы означить умноженіе, будемъ употреблять знакъ: \times , который тоже будетъ значить, что умноженное на; и такъ 5×4 будетъ значить 5 умноженное на 4.

А для означенія дѣленія, будемъ изображать какъ въ Ариѳметикѣ: дѣлимое и дѣлитель будемъ писать какъ дробное, косто дѣлимое будетъ числитель, а дѣлитель знаменатель; и такъ $\frac{12}{7}$ значить будетъ 12 раздѣленные на 7.

Положивъ сіе, припомнимъ изъ (Арх. 185): что во всякой пропорціи сумма предвидущихъ къ суммѣ послѣдующихъ, какъ предвидущій къ своему послѣдующему; и также разность предвидущихъ къ разности послѣдующихъ, какъ предвидущій къ своему послѣдующему.

96. Слѣдовательно можемъ заключить изъ сего, что во всякой пропорціи, сумма предвидущихъ къ суммѣ послѣдующихъ, содержицца шакъ, какъ разность предвидущихъ къ разности послѣдующихъ: ибо понеже въ пропорціи $48 : 16 :: 12 : 4$ на прим. имѣемъ (Арх. 185).

$$48 + 12 : 16 + 4 :: 12 : 4$$

$$\text{и} \dots 48 - 12 : 16 - 4 :: 12 : 4$$

Явно, (понеже $12 : 4$ есть шже съ обѣими содержаніями) что можно заключить, какъ $48 + 12 : 16 + 4 :: 48 - 12 : 16 - 4$; шже будетъ и на всякой другой пропорціи.

97. Слѣдовательно въ сей послѣдней пропорціи, полагая 3 й членъ на мѣсто втораго, и вторый на мѣсто прешьяго, что и можно сдѣлать (Арх. 182.), можемъ также сказать, что сумма предвидущихъ къ ихъ разности, какъ сумма послѣдующихъ къ разности оныхъ.

98. Ежели въ пропорціи $48 : 16 :: 12 : 4$ перемѣнивъ мѣста двухъ среднихъ, что чего будетъ $48 : 12 :: 16 : 4$, и къ оной сдѣлаемъ прикладъ предложенія доказаннаго (96), будетъ имѣть сію $48 - 16 : 12 - 4 :: 48 - 16 : 12 - 4$, коя въ разсужденіи пропорціи $48 : 16 :: 12 : 4$ дастъ слѣдующее предложеніе: сумма двухъ первыхъ членовъ пропорціи, содержицца къ суммѣ двухъ послѣднихъ, какъ разность двухъ первыхъ къ разности двухъ послѣднихъ; или (положа прешій членъ на мѣсто втораго, и вторый на мѣсто

третьяго) сумма двухъ перьвыхъ членовъ содержишя къ ихъ разности, какъ сумма двухъ послѣднихъ къ ихъ разности.

99. Ежели содержаніе составлено изъ произведенія многихъ другихъ содержаній, можно вмѣсто каждаго изъ составляющихъ содержаній поставишь содержаніе, изображенное другими членами, съ тѣмъ только, чшобъ сіи два члена были въ томъ же содержаніи съ тѣми, вмѣсто коихъ они поставлены.

На примѣръ въ содержаніи $6 \times 10 : 2 \times 5$, можно вмѣсто сомножителей 6 и 2 поставить 3 и 1, что дастъ составленное содержаніе $3 \times 10 : 1 \times 5$, кое есть тоже, что $6 \times 10 : 2 \times 5$. Самою вещью, понеже $6:2::3:1$ можно не перемѣняя сей пропорціи (Ариѳ. 183), умножить предвидушіе 10 и послѣдующіе 5, тогда будетъ $6 \times 10 : 2 \times 5 :: 3 \times 10 : 1 \times 5$.

Легко можно видѣть, что сіе разсужденіе можно приложитъ ко всякому другому содержанію.

100. Ежели двѣ пропорціи или больше будутъ такія, что въ перьвомъ содержаніи одной, предвидушій будетъ равенъ послѣдующему въ другой: можно, когда попребно будетъ умножить сіи пропорціи членъ на членъ, оставишь члены, кои будутъ общіе у предвидушаго съ послѣдующимъ. На прим: ежели будетъ двѣ пропорціи:

$$6 : 4 :: 12 : 8$$

$$4 : 3 :: 20 : 15$$

Можно заключить, что $6 : 3 :: 12 \times 20 : 8 \times 15$.

Ибо когда допустимъ 4 общимъ сомножителемъ, содержаніе 6×4 къ 4×3 , кое бы тогда было, не другое будетъ оное содержанія 6 къ 3 (Ариѳ. 170), гдѣ сей сомножитель оставленъ.

Также, ежели будетъ $6 : 4 :: 12 : 8$

$$4 : 3 :: 20 : 15$$

$$3 : 7 :: 21 : 49$$

Можно заключить, что $6 : 7 :: 12 \times 20 \times 21 : 8 \times 15 \times 49$.

Тоже будетъ и на вторыхъ содержаніяхъ, и по той же причинѣ.

Сіе примѣчаніе полезно для сысканія содержанія двухъ количествъ, когда оно должно быть соспавленное: понеже тогда сравниваютъ каждое изъ сихъ количествъ съ другими количествами, которыя упошребляютъ какъ вспомогательныя, и кои не должны остаться послѣ доказательства.

Теперь мы намѣрены показать прикладъ познанія пропорціи на числахъ, къ линейамъ. Но дабы сдѣлать наши доказательства кращайшими и генеральнѣйшими, не дадимъ никакой назначенной величины симъ линейамъ, развѣ только въ нѣкоторыхъ примѣрахъ; въ прочемъ всегда можно имѣть пособія отъ сравненія ихъ съ числами.

Содержанія, о коихъ мы здѣсь разсуждаемъ, суть содержанія геометрическія. И такъ когда скажемъ, что такая-то линия къ такой-то содержится какъ 5 къ 4 на прим. должно разумѣть, что первая содержитъ въ себѣ вторую столько же, сколько 5 содержитъ 4.

101. Ежели на одной изъ сторонъ аз какого либо угла зах (ф. 55) назначишь равныя части ав, вс, сд, де, и проч., произвольной величины, и произвольное ихъ число; и ежели, проведши по произволению отъ кошорой нибудь точки раздѣленія, на прим. е, прямую ел, вслѣдующуюся со стороною ах на л, проведешь отъ другихъ точекъ раздѣленія линіи вг, сн, дј, ек, и проч. параллельныя къ ел: говорю, что части аг, гн, нј и проч. стороны ах будутъ также равны между собою.

Чрезъ точки г, н, ј, и проч. проведемъ линіи см, нн, јо и проч. параллельныя къ аз: шреугольники авг, гмн, ннј, јок и проч. будутъ равны между собою: ибо іс, каждая изъ линіи гм,

и н, jo и проч. равна ав, поже (82) онѢ равны
вс, со, се и проч; 2 е. углы гмн, ннј, јок, и
проч: всѢ равны, посланку каждый изъ нихѢ ра-
венъ углу авг (43); 3 е, углы мсн, ннј, ојк, и
проч. супъ также всѢ равны между собою, по-
неже каждый и изъ сихѢ равенъ углу ваг (43).

По чему всѢ треугольнички ваг, мсн, ннј и
проч. имѣють по равной сторонеѢ, прилежащей
двумъ равнымъ угламъ единѢ по единому: слѣдо-
вательно всѢ они равны; по чему и стороны аг,
сн, нј и проч. сихѢ треугольничковъ супъ равны
между собою, и линия ах самымъ дѣломъ раздѣ-
лена сими параллельными на части равныя.

Явствуетъ убо, что, ежели ав будетъ ка-
каянибудь часть аг, то и вс будетъ такая же
часть прямая сн, и со прямая нј; ежели на пр:
ав есть $\frac{2}{3}$ аг, вс будетъ $\frac{2}{3}$ сн, и такъ далѣе.

Тоже будетъ на 2, 3, 4 частяхѢ и проч. пря-
мой аг, сравненныхъ съ 2, 3, 4 и проч. частями
прямой ал. Слѣдовательно какънибудь отсѣкъ
ад или де линси ае есть такая же часть соотвѣ-
ствующаго отсѣка ај или јл линси ал, какая
ав есть аг, ш. е. что

$$ад:ај::ав:аг$$

$$и де:јл::ав:аг$$

Можно также сказать, что $ае:ал::ав:аг$. Слѣдо-
вательно (посланку содержаніе $ав:аг$ есть общес-
симъ тремъ пропорціямъ) можно сказать, что
 $ад:ај::де:јл$ и $ад:ај::ае:ал$.

102. Посему, ежели чрезъ точку в (ф.
56), взяшую по произволению на одной изъ
сторонѢ ае, треугольника аел, проведешь
вј, параллельную сторонѢ ел; двѣ стороны
ае, ал будутъ разсѣчены пропорціонально,
ш. е. всегда будетъ:

$$ад:ај::де:јл$$

$$и ад:ај::ае:ал$$

Или по перемѣнѣ двухъ среднихъ (Арх. 182):

$$AD : DF :: AJ : JL$$

$$\text{И } AD : AF :: AJ : AL.$$

какой бы при томъ уголъ $\angle A$ ни былъ.

Самымъ дѣломъ всегда можно представить, что сторона AF раздѣлена на столько равныхъ частей, сколько угодно: сѣдѣственно и на безконечное число оныхъ: по сему, когда точка D не можетъ не быть однимъ изъ сихъ сѣченій, то разсужденіе предвѣдущаго параграфа можетъ приложено здѣсь быть слово въ слово.

103. И по сему, т. е. ежели осьмь точки A взятой произвольно въ линіи GL (ф. 57) проведешь къ разнымъ ся точкамъ многія другія прямыя AG, AH, AJ, AK, AL , то всякая линія, какъ BF , параллельная къ GL , разсѣчетъ всѣ сїи линіи на части пропорціональныя, т. е. будетъ:

$$AB : BG :: AC : CH :: AD : DJ :: AE : EK :: AF : FL.$$

$$\text{И } AB : AG :: AC : AH :: AD : AJ :: AE : AK :: AF : AL.$$

Ибо смотря на углы $\angle GAN, \angle GAJ, \angle GAK, \angle GAL$ одинъ за другимъ, какъ на уголъ $\angle GAL$ въ фигурѣ 56, подобнымъ образомъ можешь доказать, что всѣ сїи содержанія равны.

104. 2 е. Линія AD , раздѣляющая (ф. 56*) уголъ $\angle A$ сѣкущаго на двѣ равныя части, разсѣкаетъ противоположную ему сторону BC на двѣ части BD, DC , пропорціональныя соотношествующимъ сторонамъ AB, AC ; т. е. такъ, что $BD : DC :: AB : AC$.

Ибо, еслии чрезъ точку A проведешь BE параллельную къ AD , коя встрѣчается съ BC , продолженною на точку E ; послѣду линіи CE , сѣ разсѣчены тогда пропорціонально (102), будетъ какъ $BD : DC :: EA : AC$.

Удобно видѣть можно, что AE равна AB ; ибо, понеже AB и BE параллельны, уголъ E равенъ

углу вас (37), и уголъ ева равенъ своему поперечному вад (38). А какъ вас и вад равны, будучи половинами угла вас , то углы е и ева будутъ равны: почему и стороны ае и ав суть также равны; посему пропорція $\text{вд} : \text{сд} :: \text{ае} : \text{ас}$ перемѣняется въ пропорцію $\text{вд} : \text{сд} :: \text{ав} : \text{ас}$.

105. Ежели линей аг и ал (ф. 56) разсѣчешь пропорціоально на шочкахъ д и ж , т.е. такъ, что $\text{аг} : \text{ад} :: \text{ал} : \text{аж}$, линейя дж , соединяющая сіи шочки, будетъ параллельна къ гл .

Ибо часть прямая ал , кою отсѣкла бы параллельная, проведенная отъ шочки д , должна (102) содержима быть въ ал столько же, сколько ад въ аг . А какъ по подлогу аж содержишь въ ал точно столько разъ, слѣдовательно сія часть не можетъ быть иная кромѣ аж .

106. По сему, ежели линей аг , ан , аж , ак , ал (ф. 57), исходящія отъ шочки а къ разнымъ шочкамъ линей гл , будутъ разсѣчены пропорціоально на шочкахъ в , с , д , е , ф ; линейя всдеф , проходящая чрезъ всѣ сіи шочки, будетъ параллельна къ гл .

107. Предложенія показанныя (102 и слѣд.) столь же истинны и тогда, когда линейя вг , вмѣсто что бы быть между шочкою а и линейю гл , какъ въ 57 фигурѣ, случится поверхъ шочки а , какъ въ 58 фигурѣ. Ибо все сказанное о фигурѣ 55 и служащее основаніемъ утвержденнымъ предложеніямъ въ (102 и слѣд.) могло бы равноѣрно приложено быть и къ параллельнымъ, кои бы пересѣкли линейи га и ха , продолженные въ верхъ въ фигурѣ 55.

О подобіи треутольниковъ.

108. Сходственными сторонами двухъ треутольниковъ или вообще двухъ фигуръ подобныхъ

называются шѢ, кои находящяся въ одинаковомъ положеніи каждая въ фигурѢ, къ коей принадлежишѢ.

109. Два шреугольника, у коихъ всѢ углы равны единѢ по единому, имѣющѢ сходственныя стороны пропорціональны, по сему и подобны.

Ежели два шреугольника ADJ , AFE (ф. 59 и 60) суть штакovy, что уголъ A перваго равенъ углу A втораго, уголъ D равенъ углу F , и уголъ J углу E , говорю, что $AD:AF::AJ:AL::DJ:FE$.

Ибо, понеже уголъ A перваго равенъ углу A втораго, можно будетѢ положить сѣи два шреугольника одинѢ на другой шакѢ, какѢ изображено въ фигурѢ 56; тогда, послѣку уголъ D равенъ углу F , линіи DJ и FE будутѢ параллельны (42); слѣдовашельно въ сходственностѢ шого, что было сказано (102), будетѢ $AD:AF::AJ:AL$.

ПроведемѢ теперѢ чрезѢ точку J прямую JH параллельную къ AF ; и по сказанному въ (102) можно видѢшь, что $AJ:AL::FH:FL$; или, понеже FH равна DJ (82):: $DJ:FL$; посему $AD:AF::AJ:AL::DJ:FL$.

И послѣку можно перемѣнить мѣста среднихъ, можно сказать шакѢ же: $AD:AJ::AF:AL$; и $AJ:DJ::AL:FL$:

110. Когда же два угла шреугольника (74) суть равны двумѢ угламѢ другаго шреугольника, порознь, шрешій необходимо равенъ шрешьему; заключимѢ изѢ сего, что два шреугольника будутѢ подобны, когда у нихъ два угла равны двумѢ угламѢ единѢ по единому.

111. ВидѢли (43), что два угла имѣющіе стороны свои параллельны, и кои обращены въ шужѢ сторону, равны; по сему два шреугольника, у коихъ стороны параллельны, имѣющѢ углы равные единѢ по единому, слѣдовашельно (109) и стороны ихъ пропорціональны.

По сему также два треугольника, у коих стороны перпендикулярны каждая къ каждой, имѣющіе сіи самыя стороны пропорціональны: Ибо, ежели оный изъ сихъ треугольниковъ обрѣзать на четверть круга, стороны его сдѣлаются параллельными къ сторонамъ другаго.

112. Ежели изъ прямого угла а прямогольного треугольника вас (ф. 43) опустить перпендикулярную ад на сопряженную ему сторону вс, (кою называють гипотенузою); сдѣлать же, что въ треугольнике авв, авс будутъ подобны между собою и треугольнику вас; 2е. перпендикулярная ад будетъ средняя пропорціональная между сими двумя частями вв и вс гипотенузы; 3е. каждая изъ сторонъ ав или ас около прямого угла будетъ средняя пропорціональная между гипотенузою и онею же ко взятой стороной прилежащимъ вв или вс.

Ибо каждый изъ сихъ двухъ треугольниковъ авв, авс имѣетъ по углу в прямому, такъ какъ и треугольникъ вас имѣетъ при точкѣ а; сверхъ сего, каждый изъ нихъ имѣетъ по углу общему съ симъ самымъ треугольникомъ вас, поелику уголъ в принадлежитъ какъ къ треугольнику авв, такъ и къ треугольнику вас; также уголъ с принадлежитъ какъ къ треугольнику авс, такъ и къ треугольнику вас; по сему (110) сіи три треугольника подобны. И (107), сравнивая сходственные стороны двухъ треугольниковъ авв и авс получимъ

$$вв : ав :: ав : вс.$$

Сравнивая сходственные стороны двухъ треугольниковъ авв, вас, получимъ:

$$вв : ав :: ав : вс:$$

На конецъ сравнивая сходственные стороны треугольниковъ авс и вас будемъ имѣть:

CD : AC :: AC : BC.

Гдѣ и видно, что AD есть (Ариѳ. 174) средняя пропорціональная между BD и DC; а в средняя пропорціональная между BD и BC; и наконецъ AC средняя пропорціональная между CD и BC.

113. Два шреугольника, имѣющіе разные углы въ сторонахъ пропорціональныхъ, имѣющіе также и прочіе два угла равные, и по сему суть подобны.

Если два шреугольника ADJ, AGL (ф. 50 и 60) суть такіе, что уголъ A перваго равенъ углу A втораго, и стороны объемающія оные углы суть какъ AD : AG :: AJ : AL, говорю, что они будутъ подобны, т. е. что прочіе ихъ углы равны единъ по одному и шестій ихъ стороны DJ и GL въ томъ же содержаніи съ AD и AG или съ AJ и AL.

Ибо уголъ A шреугольника ADJ можно положить на уголъ A шреугольника AGL такъ, какъ представлено въ фигурѣ 56. И какъ полагается, что AD : AG :: AJ : AL, двѣ прямыя AG, AL пересѣчены пропорціонально на D и J; по сему DJ параллельна къ GL (105) и (37). уголъ AGL равенъ углу ADJ, и уголъ ALG равенъ углу AJO.

Отсюду и изъ сказаннаго (109), слѣдуетъ, что DJ : GL :: AD : AG :: AJ : AL.

114. Два шреугольника, у коихъ три сходственные стороны пропорціональны, имѣющіе углы равные каждый каждому, по сему и подобны.

Если положить (ф. 61 и 62), что DE; AB :: EF : BC :: DF : AC, говорю, что уголъ D равенъ углу A, уголъ E равенъ углу B, и уголъ F равенъ углу C.

Вообразимъ, что шреугольникъ DFE составленъ на DE, косто уголъ DEG пусть будетъ равенъ углу B, уголъ GDE углу A; шреугольникъ DEG будетъ подобенъ шреугольнику ABC (110);

по сему (109) $DE : AB :: GE : BC :: DG : AC$; но по подлогу $DE : AB :: EF : BC :: DF : AC$; и такъ по-лику содержаніе $DE : AB$ есть общее, будущъ сѣ-дѣть пропорціи;

$$GE : BC :: EF : BC$$

$$\text{и } DG : AC :: DF : AC,$$

Слѣдовательно, понеже два поелѣдующіе ра-вны между собою въ каждой изъ сихъ двухъ про-порціи, предвидущіе будущъ такъ же равны; по сему GE равна EF , а DG равна DF . Треугольникъ DEG имѣетъ убо всѣ три стороны равныя сто-ронамъ треугольника DEF ; и потому (83) онъ равенъ сему треугольнику DEF ; видѣли же мы не-давно, что треугольникъ DEG подобенъ ABC , слѣдовательно и DEF подобенъ также ABC .

115. Доказали мы выше (111), что когда линия DJ (ф. 56) параллельна къ сторонѣ FL , два треугольника ADJ , AGL суть подобны; какъ сія истина можетъ существовать при всякой величинѣ угла A , должно заключить (ф. 57), что треугольники AGH , ANJ , AJK , AKL , подобны тре-угольникамъ ABC , ACD , ADE , AEF , каждый каж-дому, и слѣдственно (109) $KL : EF :: AK : AE :: KJ : DE :: AJ : AD :: JH : CD :: AH : AC :: GH : BC$; по сему взявъ изъ сихъ содержаній только шѣ, кои заклю-чаютъ въ себѣ часть прямыхъ GL и BF , будемъ имѣть $KL : EF :: KJ : DE :: JH : CD :: GH : BC$, т. е. еже-ли опъ точки A проведемъ къ разнымъ точ-камъ прямая GL многія другія прямая, сѣи прямая разсѣкутъ всякую другую прямую параллельную къ GL шочно такъ, какъ раз-сѣкаютъ GL , т. е. на части, кои будущъ въ томъ же между собою содержаніи, въ ка-комъ и соотвѣтствующія части лини GL .

116. Предложенныя теперъ нами начала слу-жатъ основаніемъ всѣмъ частямъ Математики теорической и практической. И какъ нужно

знать сїи начала совершенно, поговоримъ еще нѣ-
сколько о ихъ употребленіи, какъ для сего причи-
ны, такъ и для того, что оно подаетъ намъ
случай объяснить много полезнаго въ практикѣ.

117. Предложеніе показанное (101) подаетъ
средство довольно естественное раздѣлить данную
линію на равныя части, или на части, кои бы
имѣли между собою данное содержаніе. Положимъ
что AR (ф. 55) данная, кою желаютъ раздѣ-
лить на двѣ части, которыя бы имѣли данное содер-
жаніе, на прим: 7 къ 3 . Опишутъ A проводя
неопредѣленную AZ въ какомъ либо углѣ, и,
взявъ произвольное разтвореніе циркула AB ,
положи то разъ оно вдоль по AZ ; пусть Q бу-
детъ концъ послѣдней части, соедини попомъ
концы Q и R линіи QR и данную AR ; тогда
ссылки чрезъ точку D , т. е. концъ прѣшняго
сѣченія, проведенъ DJ параллельную къ QR , линіи
 AR будетъ раздѣлена на двѣ части AD , DR , кои
будутъ между собою :: $7 : 3$; ибо (101 и 102) онѣ
содержащія между собою :: $QR : AD$, кои сдѣлали
мы состоящими изъ 7 и 3 хъ частей.

Изъ сего видно, что если бы хотѣли раз-
дѣлить линію AR на большее число частей, на
прим: на 5 , кои бы были въ содержаніи $7, 5, 4,$
 $3, 2$: сложи всѣ сїи числа, онѣ чего выдѣтъ 21 ;
сїи 21 разтвореніемъ циркула положи по линіи
 AZ , и проводи параллельныя къ линіи QR онѣ
концовъ раздѣленія $7, 5, 4, 3$ и 2 го.

118. Если бы содержанія даны были на ли-
ніяхъ, тогда бы положили всѣ сїи линіи одна
подъ другой по AZ .

По сему явствуемъ, какъ должно поступить,
если бы надобно было раздѣлить линію AR на
равныя части.

Но когда части раздѣляемой линіи должны
быть малы, или когда сїя самая линіи мала, то

самая малѣйшая ошибка въ параллельныхъ, много имѣетъ вліянія на равенство или на неравенство частей; для сей причины не бесполезно будетъ предложить слѣдующее средство:

119. Пусть fg (ф. 63) будетъ линія, кою потребно раздѣлить на равныя части, на прим. на 6: проведи неопредѣленную линію bc , на коей назначь по порядку шесть, по произволію взятыхъ равныхъ отверстій циркула. Пусть будетъ bc , содержащая въ себѣ сіи 6 частей; на сей bc напиши равносѣрный треугольникъ bac , описавъ изъ двухъ концовъ b и c , какъ изъ центровъ, и разстояніемъ bc , какъ радіусомъ, двѣ дуги, сѣкущіяся на a . На сторонахъ ab , ac возьми отъ точки a , части af , ag равныя, каждую fg ; и проведши fg , коя будетъ равна fg , отъ точки a ко всѣмъ точкамъ дѣленія линіи bc проведи прямыя, кои разсѣкутъ fg такъ же, какъ разсѣчена и bc .

Ибо, когда сіи линіи af , ag равны между собою, и линіи ab , ac также равны; будетъ $ab:af::ac:ag$, слѣдовательно ab , ac разсѣчены пропорціонально на f и g ; почему fg параллельна bc , слѣдственно (111) треугольникъ bag подобенъ abc ; по сему fg есть равносѣрный, и ag равна af ; слѣдственно равна она и fg . Сверхъ сего, когда fg параллельна bc , сіи двѣ линіи (115) должны бытъ разсѣчены пропорціонально линіями, проведенными отъ a до прямой bc .

Предложенное нами теперь можетъ служить въ составленію и раздѣленію мачтаба, нужнаго для уменьшенія фигуръ; но удобѣйшій мачтабъ въ великомъ числѣ дѣйствій есть шотъ, кошорый называютъ десятичнымъ. Составляютъ его слѣдующимъ образомъ: при концахъ a и b прямой ab (ф. 64), кою потребно раздѣлить на 100

разныхъ частей, возставаляющъ перпендикуляры ас, вв; по каждому изъ оныхъ полагающъ 10 опшверспій циркула, равныхъ между собою, но величины произвольной. Проведши сд, раздѣляющъ ав на 10 равныхъ частей, кои и полагающъ по сд; потомъ проводятъ наось прямыя, какъ можно видѣть въ фигурѣ, и чрезъ соотвѣшественныя точки прямыхъ са, вв проводятъ прямыя лини, кои всѣ будуще параллельны къ ав: тогда все бы равно было, какъ бы и ав раздѣлена была на 100 разныхъ частей. На прим: ежели потребно имѣть 47 частей, коихъ ав содержишь 100, беру на лини проходящей при No. 7. часть 7 н отъ са до лини наось проходящей при N 40. И такъ же поступаю для всякаго другаго числа.

Самою вещью, послѣку треугольники с7v, сах подобны, очевидно, что 7v содержишь въ себѣ 7 частей такихъ, коихъ ах содержала бы въ себѣ 10; а какъ vн содержишь въ себѣ четыре разстоянія равныя ах, цѣлая линия 7н равна 47 частямъ, коихъ вх содержала бы 10, т. е. 47 частей такихъ, коихъ ав содержала бы 100.

120. Предложеніе доказанное (102) можетъ служить къ сысканію чешвершой пропорціональной къ шремъ даннымъ линиямъ ав, сд, еф (ф. 56), т. е. лини, коя бы была чешвертымъ членомъ пропорціи, коея при первыя были бы ав, сд, еф. Для сдѣланія сего проводши двѣ неопредѣленныя прямыя аф, ал, составляющія какой нибудь уголъ, положи ав отъ а до р, и сд отъ а до г; равнымъ образомъ положи и еф отъ а до j; и соединишь двѣ точки р и j прямою рj, чрезъ точку г проведи линію гл, параллельную къ рj, коя и опредѣлишь ал искомую чешвертую пропорціональную.

Можно также сдѣлать сіе по предложенію показанному (109) слѣдующимъ другимъ образомъ: На неопредѣленной линіи $аг$ (ф. 56) возьми двѣ части $ад$, $аг$ равныя по порядку прямымъ $ав$, $сд$: и проводя $дг$ въ какомъ либо съ нею углѣ равную $еф$, проводя чрезъ точки $а$ и $г$ прямую $ал$, кою пересѣчетъ прямая $гд$, параллельная $кб$ $дг$, сія параллельная будетъ искомая четвертая пропорціональная.

Когда два средніе члены пропорціи равны, четвертый членъ называется тогда простию пропорціоною: понеже при только разныхъ количествѣ составляющъ пропорцію. И такъ когда потребно сыскать простию пропорціональную къ двумъ даннымъ линіямъ, должно разумѣть, что спрашивающъ четвертый членъ пропорціи, въ которой второй изъ данныхъ двухъ линій заступитъ мѣсто двухъ среднихъ. Дѣйствуютъ же точно такъ, какъ было лишь только показано.

121. Предложенія показанныя (109, 113, 114) могутъ послужить къ разрѣшенію сей генеральной проблемы: когда при даны изъ шести вещей, ш. е. угловъ и сторонъ входящихъ въ треугольникъ, сыскать другіе три, съ нѣмъ только, чтобы всегда между ними пріема извѣстными была сторона.

Мы намѣрены показать нѣсколько сему примѣровъ.

Положимъ, что, будучи на полѣ въ точкѣ $в$ (ф. 65), желая знать въ какомъ разстояніи находишься отъ сей точки $в$ и сдѣлавъ $а$, къ чему подойти невозможно.

Назначь лисію какой нибудь величины $вс$, и измѣрь ея, и на угадъ сдѣлай ее сколь можно равною $ва$. Пошлѣ графометромъ, который описанъ нами (въ 23), измѣрь углы $авс$, $асв$, составляемые въ $с$ двумя линіями, ум-

ственно проведенными ошѣ концовъ в и с къ а. Сдѣлавъ сіе, проводи на бумагѣ линію вс (ф. 66), и назначь по ней сѣ мачшаба по произволению сдѣланнаго, сколько частей, сколько въ вс фушѣ, ежели измѣрялъ се фушами; и помощію транс-портира, описаннаго (22), сдѣлай при точкѣ в уголъ того же числа градусовъ, сколько нашелъ въ углѣ в; а при точкѣ с шѣхъ же градусовъ сѣ угломъ с; тогда двѣ аб, ас, встрѣнясь на точкѣ а, предсавяшъ точку а; такъ, что ежели измѣряешь аб по своему мачшабу, число частей, кое найдешь, покажешь число фушъ въ ав. Ибо, когда два угла в и с сдѣланы равными двумъ угламъ в и с, треугольникъ бас подобенъ треу-гольнику вас (110); посему и стороны ихъ про-порціональны.

Такимъ же образомъ можно измѣрить раз-стояніе острова ошѣ берега. Когда можно его ви-дѣть ошѣ двухъ точекъ сего берега, сего острова разстояніе и будетъ извѣстно.

122. По предложенію доказанному (114), можно ошавишь измѣрение угловъ, въ случаѣ о коемъ мы говоримъ. Самую вещь добавишь, есшѣи мы вошкнемъ шесинахъ въ точкѣ в (ф. 65), коя бы была въ тойже прямосни со точками а и в, и другой въ точкѣ г, въ тойже прямосни съ а и с; довольно, говорю, измѣришь линіи вс, ве, се, вг и сг; пошомъ соединишь треуголь-никъ вес (ф. 66), коего бы стороны вс, ве, се, имѣли въ себѣ по сколько частей одного и того же мачшаба, сколько вс, ве, се имѣ-ющъ фушъ; также на вс соединишь другой треугольникъ вгс, коего бы стороны вг, сг имѣ-ли въ себѣ по сколько частей мачшаба, сколько въ вг, сг фушъ; пошомъ, продолживъ спо-роны ве, сг, кои встрѣнятся въ точкѣ а, озна-чимъ точку а; такъ что, смѣривъ ба по мач-

шабу, узнаемъ по числу сысканныхъ частей, сколько фушъ должно быть въ ав.

Самою вещью, когда треугольникъ вес имѣетъ стороны пропорціональныя сторонамъ треугольника вес, сѣи треугольники должны имѣть и равныя углы; по чему уголъ евс или авс равенъ углу ебс или асб; по той же причинѣ уголъ фсв или асв равенъ углу фсб или асб; поему два треугольника асв и асб подобны.

Въ тожъ время явствуетъ, что по сему сочиненію можно опредѣлить и углы авс, асв, когда измѣришь транспортиромъ углы асб, асб на бумагѣ.

На концѣ, хотя сѣи средства, и многія другія, кои легко можно вывести изъ оныхъ, могутъ быть часно полезны, однако не будемъ долѣе останавливаться на оныхъ, понеже Тригонометрія, кою мы покажемъ въ послѣдованіи, снабдитъ насъ средствами гораздо легчайшими и ближайшими къ точности: ибо, хотя дѣйствія нами описанныя по самой строгости точны въ теоріи, однако точность оная очень ограничена на практикѣ, послику погрѣшности, кои можно сдѣлать при сочиненіи фигуры авс, сколь ни малы, имѣютъ великое вліяніе на заключенія для фигуры авс, кои всегда несравненно увеличиваются.

О линейхъ пропорціональныхъ въ кругѣ.

123. Двѣ линіи называются пресѣченными въ обрашномъ или возвращномъ содержаніи, когда для составленія пропорціи изъ сихъ линій, обѣ части одной составляютъ крайніе, а обѣ части другой средніе члены пропорціи.

И двѣ линіи называются возвратно пропорціональными своимъ частямъ, когда одна изъ сихъ линій и ся часть будутъ крайніе, другая же линія и ся часть средніе.

124. Двѣ хорды ас и вѡ (ф. 67), сѣку-
щіяся въ кругѣ на какой либо точкѣ е, и
въ какомъ бы углѣ ни было, пересѣкаются
всегда въ возвращномъ содержаніи, ш. с. ае:
ве::де:се.

Ибо, ежели проведешь хорды ав, сѡ, соста-
вящая два треугольника веа, сеѡ, подобные,
что легко и доказать можно; понеже, кромѣ
того что уголъ веа равенъ углу сеѡ (20), уголъ
аве или аѡѡ равенъ углу ѡсе или ѡса: ибо сіи
два угла имѣютъ вершины свои при окружности
и стоятъ на той же дугѣ аѡ (63). Слѣдова-
тельно, треугольники веа и сеѡ подобны (110);
поэтому сходственныхъ ихъ стороны пропорціо-
нальны, ш. с. ае:ве::де:се, гдѣ и видно, что
части хорды ас крайнія, а части вѡ среднія.

125. Понеже доказанное предложеніе всегда
свою силу имѣетъ, гдѣ бы точка е ни была и въ
какихъ бы углахъ сіи двѣ хорды ас и вѡ ни
пересѣклись: слѣдовательно справедливо оно бу-
детъ и тогда, когда сіи двѣ хорды (ф. 68) вза-
имно перпендикулярны и одна изъ двухъ, напри-
м. ас, проходитъ чрезъ центръ; и какъ въ семъ
случаѣ, послѣку хорда вѡ разсѣчена на двѣ рав-
ныя части (51), два средніе члена пропорціи ае:
ве::де:се будутъ равны и пропорція пере-
мѣнится въ сію другую, ае:ве::ве:се; слѣдо-
вательно, каждыи перпендикуляръ ве, опу-
щенный изъ какой либо точки в окруж-
ности къ діаметру, есть средній про-
порціональный между двумя частями ае,
се сего діаметра.

126. Сіе предложеніе имѣетъ множество по-
лезныхъ приложений. Теперь предложимъ только
одно, а именно, какъ сыскивать среднюю про-
порціональную между двумя данными ли-
ніями ае, ес (ф. 70).

Проведи неспредѣленную прямую ас, и положи по ней одну подаѣ другой линиен ае, ес равныя линиамъ ас, ес; и нарисавъ на цѣлой ас, какъ на диаметрѣ, полукружіе авс, восставъ изъ общей ихъ точки е перпендикуляръ ев къ ас, и продолжи сѣ до окружности; сія перпендикулярная будешь искомая средняя пропорціональная.

127. Двѣ сѣкущія прямыя ав, ас, проведенныя отъ одной внѣшней точки круга а (ф. 69), и кончащіяся при визлои часши окружности, сущь всегда повзвращно пропорціональны внѣшнимъ ихъ часшиамъ ад, ае, гдѣ бы сія точка а ни находилась внѣ круга, и какой бы уголъ сн сѣкущія ни дѣлали.

Проведи хорды сн и ве, будешь имѣть два треугольника асс, аев, въ конхъ 1 е, уголъ а общій; 2 е, уголъ в равенъ углу с, понеже каждый изъ нихъ имѣетъ вершину свою при окружности, и стоятъ на той же дугѣ ве (63); по сему (110) сн два треугольника подобны и имѣющіе споронны пропорціональны: по сему ав:ас::ае:ад, гдѣ можно видѣть, что сѣкущая ав и внѣшняя ся часть ад составляютъ крайніе, между тѣмъ какъ сѣкущая ас со своею часшию ае, составляютъ средніе члены.

128. Понеже сіе предложеніе справедливо, какой бы уголъ в ас ни былъ; ежели представишь, что ав неподвижна, а спорона ас будешь отъ нея отходящая, двѣ точки сѣченія е и с безпрестанно будутъ приближаться одна къ другой, доколѣ на концѣ прямая ас придетъ на прикасающуюся аф, сн двѣ точки соудука и каждая изъ ас, ае сдѣлается равною аф; такъ что пропорція ав:ас::ае:ад сдѣлается ав:аф:аф:ад, слѣдственно:

129. Ежели ошъ почки а, взяшой внѣ круга, проведена будешъ нѣкая сѣкущая ав, а другая прикасающаяся аѳ, сія прикасающаяся будешъ средняя пропорціональная между сѣкущею ав и внѣшнсю ея часнію аѳ.

130. Сіе предложеніе между другими упоищеніями можешъ служить къ тому, какъ раздѣляшъ линію вѣ крайнемъ и среднемъ содержаніи. Говоринися, чію линію ав (ф. 71), разсѣчна вѣ крайнемъ и среднемъ содержаніи, когда она разсѣчна на двѣ части ас, вс такія, чіо одна вс изъ сихъ частей естъ средняя пропорціональная между цѣлою линією ав и другою частию ас, ш. е. такія:

$$ас:вс::вс:ав.$$

Рѣшеніе дѣлается слѣдующимъ образомъ: При одномъ изъ концовъ а воспавъ перпендикуляръ аѳ, равный половинѣ ав; почкою ѳ, какъ центромъ, и аѳ, какъ радіусомъ, напиши окружность круга, сѣкущую на е прямую вѳ, коя соединяешъ почки в и ѳ. Наконецъ, перенеси ве ошъ в до с; и линію ав будешъ раздѣсна вѣ крайнемъ и среднемъ содержаніи на почки с.

Самымъ дѣломъ линію ав, будучи перпендикулярна къ аѳ, естъ прикасающаяся (48); и понеже вѳ естъ сѣкущая, будешъ (129) $вѳ:ав::ав:ве$ или $вс:ав$ слѣдовательно (Ариѳ. 185) $вѳ:ав:ав-вс::ав:вс$; но ав равна ѳе, понеже ав двукратна аѳ; слѣдовательно вѳ-ав равна ве или вс; а какъ ав-вс естъ ас, можно сказать $вс:ас::ав:вс$ или (Ариѳ. 181) $ас:вс::вс:ав$.

О Фигурахъ подобныхъ.

131. Двѣ фигуры того же числа сторонъ называющіяся подобными, когда сходственные ихъ

углы равны и сходственные стороны пропорциональны.

Двѣ фигуры $abcde$, $abcde$ (ф. 72, 73) подобны, ежели уголъ a равенъ углу a ; уголъ b равенъ углу b ; уголъ c равенъ углу c ; и такъ далѣе: и еслили въ тожѣ время сторона ab содержишь сторону ab столько, сколько bc содержишь bc , и сколько cd содержишь cd ; и такъ далѣе.

Сии два условія необходимы въ тожѣ время въ фигурахъ имѣющихъ больше трехъ сторонъ. Въ однихъ только треугольникахъ достаетъ одно изъ сихъ условий, послѣднее необходимо влечетъ оно за собою и другое (109, 114).

132. Ежели изъ двухъ сходственныхъ угловъ a и a двухъ подобныхъ многоугольниковъ, проведущъ діагонали ac , ad , ac , ad къ другимъ угламъ, сии два многоугольника будутъ раздѣлены на тоже число треугольниковъ подобныхъ каждый каждому.

Ибо уголъ b (по подлогу) равенъ углу b , и сторона ab : ab :: bc : bc : слѣдовательно треугольники abc , abc , имѣющіе равные углы, содержаемые въ сторонахъ пропорциональныхъ, суть подобны (113); по сему уголъ bca равенъ углу bca и ac : ac :: bc : bc .

Ежели отъ равныхъ угловъ bcd , bcd будутъ опущены равные ba , ba , остальные acd , acd будутъ равны. А какъ bc : bc : cd : cd ; по сему, послѣднее доказано, что bc : bc :: ac : ac , будетъ cd : cd :: ac : ac ; убо сии два треугольника acd , acd суть также подобны, понеже есть въ нихъ по разному углу, содержаемому въ сторонахъ пропорциональныхъ. Подобнымъ образомъ докажемъ тоже и о треугольникахъ ade и ade , и о другихъ треугольникахъ, кои бы послѣдовали, ежели бы сии многоугольники имѣли большее число сторонъ.

133. Ежели два многоугольника $abcde$, $abcde$ соспавлены изъ тогоже числа треугольниковъ подобныхъ, каждый каждому, и подобно разположенныхъ, будуще они подобны.

Ибо углы $в$ и $е$ равны угламъ $в$ и $е$, когда треугольники подобны; и по сей же причинѣ частныя углы $вса$, $асд$, $сда$, $аде$ равны частнымъ угламъ $вса$, $асд$, $сда$, $аде$; посему цѣлыя $всд$, $сде$ равны цѣлымъ $бсд$, $сде$, каждый каждому. Сверхъ сего подобіе треугольниковъ доставляетъ сіи равныя содержанія, $ав: ab:: вc: вc:: ас: ас:: сд: сд:: ад: ад:: де: де:: ае: ае$. Не бравъ изъ сихъ содержаній какъ только содержанія заключающія въ себѣ стороны многоугольниковъ, будемъ имѣть $ав: ab:: вc: вc:: сд: сд:: де: де:: ае: ае$. Слѣдовательно сіи многоугольники имѣютъ также и сходственные стороны пропорціональныя. По сему они и подобны.

И такъ, чтобы сдѣлать фигуру подобную данной $abcde$ (ф. 72) и коя бы имѣла данную линію сходственную съ $ав$, положи сію данную линію по $ав$ отъ $а$ до f : чрезъ точку f проводи fg параллельную къ $вс$, коя встрѣшится съ $ас$ на g ; чрезъ g проводи gh параллельную къ $сд$, коя встрѣшится съ $ад$ на h ; наконецъ чрезъ точку h проводи hi параллельную къ $де$, чрезъ что получишь многоугольникъ къ $afghi$ подобный многоугольнику $abcde$.

134. Обмѣры двухъ подобныхъ фигуръ суть между собою, какъ сходственные стороны оныхъ, т. е. что сумма сторонъ фигуры $abcde$ содержитъ въ себѣ сумму сторонъ фигуры $abcde$ столько, сколько $ав$ содержитъ въ себѣ сторону ab .

Ибо въ равныхъ содержаніяхъ $ав : а в :: вс :$
 $вс :: св : сд :: ве : де :: ае : ае$ сумма предъ-
идущихъ (Арх. 126) къ суммѣ послѣдующихъ,
какъ одинъ изъ предъидущихъ къ своему послѣ-
дующему :: $ав : а в$. И такъ ясно, что сіи суммы
суть обмѣры двухъ фигуръ.

135. Если представимъ окружность $авсд$
 $ефгн$ (ф. 74) раздѣленною на сколько равныхъ
частей, сколько угодно, и проводя оныя цѣппра-
д къ почкамъ дѣленія радіусы $ја$, $јв$ и пр. опи-
шемъ другимъ радіусомъ $ја$ окружность $а в с д е$
 $ф г н$, сѣкущую радіусы на почкахъ $а, в, с, д$, и пр.
явствуемъ, что если въ каждой окружности
соединимъ точки дѣленія хордами, составятся
два многоугольника подобные; ибо треугольники
 $авј$, $авј$, и проч. подобны, понеже имѣютъ они
при почкѣ $ј$ уголъ общій, содержимый въ сторо-
нахъ пропорціональных: ибо, когда $ја$ равна $јв$,
и $ја$ равна $јв$, очевидно будетъ $ај : вј :: ај : вј$:
что также доказывается и о прочихъ треуголь-
никахъ. Отсюда и изъ того что было сказано (134),
можно заключить, что обмѣръ $авсд ефгн$ къ
обмѣру $а в с д е ф г н :: ав : а в$, или (по причинѣ
подобія треугольниковъ $авј$, $авј$) :: $ај : ај$. Какъ
сіе подобіе не зависитъ оныя числа сторонъ сихъ
двухъ многоугольниковъ, оно и тогда будетъ
имѣть свою силу, когда число сторонъ каждого
увеличится до безконечности: и такъ въ семъ
случаѣ удобно вообразить можно, что нѣтъ
никакой разности между окружностію и обмѣромъ
вписаннаго многоугольника; почему и окружность
 $авсд ефгн$ къ окружности $а в с д е ф г н$ будетъ
:: $ај : ај$, т. е. какъ ихъ радіусы, слѣдовательно
такъ же какъ ихъ и діаметры.

136. И такъ заключимъ і е, что можно
смотреть на окружность круга, какъ на
правильный многоугольникъ, имѣющій без-
численное множество сторонъ.

2 е. Круги суть фигуры подобныя.

3 е. Окружности круговъ суть между собою, какъ ихъ радіусы или какъ ихъ діаметры.

137. Вообще, ежели въ двухъ подобныхъ многоугольникахъ проведемъ двѣ линіи, равнонаклоненныя въ разсужденіи двухъ сходственныхъ сторонъ, и ограниченныя при точкахъ подобно положенныхъ въ отношеніи къ симъ сторонамъ, сѣи линіи, кои называются линіями сходственными, будутъ между собою въ содержаніи двухъ копорыхъ нибудь сходственныхъ сторонъ. Ибо какъ скоро дѣлаютъ онѣ углы равные съ двумя сходственными сторонами, сдѣлаютъ онѣ также углы равные и съ другими копорыми нибудь сходственными сторонами, понеже углы двухъ подобныхъ многоугольниковъ равны каждый каждому; и такъ, ежели бы въ семъ случаѣ онѣ не были въ томъ же содержаніи съ двумя сходственными сторонами, ощушительно, что точки, при коихъ онѣ ограничиваются, не могли бы быть подобно положенными, какъ онѣ полагаются.

138. На сихъ то началахъ, кои мы положили для подобныхъ фигуръ, основывается по большей части наука снятія плановъ. Говоримъ по большей части по тому, что, когда пространство, съ коего поспрешно снятъ планъ, есть очень обширнаго простѣженія, какъ Европа, Россія и проч. наука для опредѣленія главныхъ ихъ точекъ зависитъ отъ другихъ познаній, о коихъ говорить не есть еще здѣсь приличное мѣсто. Но что касается до подробностей какойлибо земли, берега или рейда и проч. можно ихъ опредѣлить и попомъ предсѣвшимъ на планѣ слѣдующимъ образомъ: Замѣшимъ напередъ, мы полагаемъ здѣсь, что всѣ углы, кои поспрешно будетъ измѣрять, находятся на той же горизонтальной плоскости.

или близко того. Еслибъ они не были, должно бы прежде дѣланія плана привести ихъ на оный; для сдѣланія чего покажемъ средства въ Тригонометріи.

Положимъ же, что а, в, с, д, е, ф, г, и, j, к (Ф. 75) суть многіе примѣчанія достойныя предметы, коихъ желаемъ представить взаимныя положенія въ отношеніи одинъ къ другому на планѣ.

Набросай на бумагѣ сіи предметы какъ нибудь, въ положеніяхъ, какъ они представляются глазу; для сдѣланія сего, переходи въ разные мѣста, въ коихъ будетъ нужда для легкаго свѣденія о всѣхъ сихъ предметахъ. Сей первый рисунокъ, называемый накидка, послужитъ къ назначенію разныхъ измѣреній, кои будешь брать въ продолженіи дѣйствія.

Измѣрь основаніе ав, когдѣ длина не была бы меньше десятой или девятой части разстоянія двухъ предметовъ самодалнѣйшихъ, сколько видѣшь можно отъ концовъ основанія, и косъ бы въ то же время было такое, чтобъ отъ сихъ самыхъ концовъ можно было усмотрѣть сколько возможно большее число предметовъ; потомъ инструментомъ свойственнымъ измѣрять углы, на примѣръ графометромъ, измѣрь при точкѣ а углы еав, фав, гав, сав, дав, дѣлаемые съ линіею ав, линіями умственно проведенными отъ сей точки ко предметамъ е, ф, г, с, д, кои можно усмотрѣть отъ концовъ основанія а и в. Также измѣрь при точкѣ в углы ева, фва, гва, сва, два, дѣлаемые при сей точкѣ съ линіею ав, линіями умственно проведенными отъ сей самой точки в къ тѣмъ же самымъ предметамъ. Если находящіяся предмѣты, какъ и, j, кои не можно было видѣть отъ концовъ а и в, перейди на другія два мѣста уже примѣ-

ченныя е и ф, и отъ коихъ бы можно было видѣть точки н, j; тогда еф, взявъ за основаніе, измѣрь углы н е ф, j е ф, н ф е, j ф е, дѣлаемыя съ симъ новымъ основаніемъ, линиями умственно проведенными къ двумъ предметамъ н и j; наконецъ, еспльа находишься еще какой другой предметъ, какъ к, который не можно было видѣть ни отъ концовъ а в, ни отъ концовъ е ф, возьми еще за основаніе какуюнибудь другую линию, какъ fg, соединяющую двѣ замѣченныя точки, измѣрь также углы при ся концахъ к ф g, ж g ф.

По отправленіи всѣхъ сихъ дѣйствій опредѣливъ и сочинивъ масштабъ плана, который намѣревасься сдѣлать, проводи на семъ планѣ линию а в, и положи по ней столько частей масштаба, сколько сыскано сажень или футовъ въ а в, смотря чѣмъ измѣрялъ, саженьями или футами. Потомъ при точкѣ а сдѣлай помощію транспортира уголъ бае столь же многихъ градусовъ и минутъ, сколько нашелъ для вае; а при точкѣ в уголъ е в а тѣхъ же градусовъ и минутъ съ угломъ е в а; двѣ линии а е, в е, кои составятъ сіи углы съ а в, встрѣтясь на точкѣ е, коя изобразитъ на планѣ положеніе предмета е на земли; ибо по сему сочиненію треугольникъ а в е будетъ подобенъ треугольнику а в е; понеже сдѣланы два угла перваго равные двумъ угламъ другаго (110). Поступай точно такъ же для опредѣленія точекъ f, g, d, с, кои должны изобразить точки или предметы f, g, d, с. Потомъ, дабы назначить точки h, i и k, проводи линии е f и f g; на кои смотри какъ на основанія, и опредѣли положеніе точекъ h и j въ разсужденіи е f и точки k въ разсужденіи f g точно такъ же, какъ опредѣлавъ ты другія точки въ разсужденіи а в. Должно однако примѣнить, чтобы всѣ линии,

кои проведешь въ сихъ разныхъ дѣйствїяхъ, были назначены только карандашѣмъ, понеже онѣ ни къ чему другому не служатъ, какъ только для опредѣленїя точекъ с, d, e, и проч. Когда же онѣ одинъ разъ найдены, все остальное вычищается.

Нѣтъ мнѣ нужды доказывать подробно, что точки с, d, e, f, g, h, j, k помѣщены между собою въ томъ же положенїи, какъ и предметы с, d, e, f, g, и проч. между собою; доваденїе примѣнить, что точки с, d, e, f, g (по сочиненїю) помѣщены въ разсужденїи аб, какъ и точки с, d, e, g въ разсужденїи ав, понеже треугольники саб, даб, еаб и проч. сдѣланы были подобными треугольникамъ сав, дав, еав и проч. и расположены нѣмъ же порядкомъ. И такъ трудность, еслили есть какая, не можетъ быть какъ только въ точкахъ h, j, k; а какъ по сочиненїю точки h, i помѣщены въ разсужденїи ef, какъ точки n, j въ разсужденїи ef; по сему, когда сїи двѣ послѣднїя линїи помѣщены нѣмъ же порядкомъ въ разсужденїи линїей аб и ав, точки h, i будутъ также помѣщены въ разсужденїи аб нѣмъ же порядкомъ, какъ n и j въ разсужденїи ав. И такъ взаимныя разстоянїя точекъ a, e, f, g, и проч. смѣренныя по масштабу плана, покажутъ разстоянїя предметѣвъ a, e, f, g и проч.

Довольно видимъ, не имѣя нужды больше настаивать въ убѣжденїяхъ, что сїе самое средство можетъ послужить какъ для повѣрки точекъ, которыя подозрѣвались сумнительными на какойлибо картѣ, такъ и для назначенїя нѣкоторыхъ опущенныхъ.

Можно также употреблять и компасъ для опредѣленїя положенїя предметѣвъ e, f, g и проч. который довольно часто и употребляютъ; но тогда примѣчаютъ при точкѣ a не углы eав, fав; но углы, кои линїи ae, af, и проч.,

и основаніе ав дѣлають съ направленіемъ намагниченной стрѣлки; тоже дѣлають и при точкѣ в. И дабы назначить предметы на картѣ, проводящъ чрезъ точку а линію представляющую направленіе намагниченной стрѣлки, и проводящъ линіи а в, а е, а г и проч. такъ, чтобъ онѣ дѣлали съ нею углы замѣченные при точкѣ а; опредѣливъ потомъ величину, кою намѣреваются дать линіи а в, поступающъ такимъ же образомъ и въ разсужденіи точки в, какъ поступили въ разсужденіи точки а. Что касается до точекъ н и j, кои не были видны отъ а и в, опредѣляютъ ихъ въ разсужденіи е г такъ же, какъ опредѣлили другія въ разсужденіи а в; на концѣ назначаютъ сіи точки, точками h и i, опредѣляя ихъ въ разсужденіи е г такъ же какъ и другія точки е, г и проч. были опредѣлены въ разсужденіи а в.

Впрочемъ не надлежитъ, сколько возможно, снимать такимъ образомъ по компасу, какъ только малѣйшія подробности, на прим. извилины дороги, излучины рѣки и проч. Когда главныя точки уже опредѣлены съ точностію, можно снимать сіи подробности съ не столь тщательнымъ вниманіемъ; понеже тогда у предметовъ, кои пеленгуютъ, и кои мало отстоятъ одинъ отъ другаго, погрѣшности могущія послѣдовать на углахъ, не могущъ быть великой важности.

Когда нѣкоторыя обстоятельства принудятъ назначить на картѣ уже сочиненной, нѣкую новую точку, не нужно замѣчать оную отъ двухъ извѣстныхъ точекъ: часто опредѣляютъ ее напротивъ того, замѣчая отъ сей самой точки, другія двѣ извѣстныя. На пр. положимъ, что точка н есть точка рейда, въ коей измѣряли глубину лотомъ, которую хотящъ назначить на картѣ: замѣтятъ отъ точки н углы енм, гнм, которые сдѣланы двумя линіями ен, гн (про-

стирающимися къ двумъ извѣстнымъ предмѣтамъ e, f), съ направлениемъ намагнитенной стрѣлки lm ; попомъ, дабы назначить точку n на картѣ, проведутъ въ сторонѣ (ф. 77) линію lm , означающую направленіе намагнитенной стрѣлки, и при какойнибудь точкѣ n сея линіи, сдѣлающъ углы onm, pnm равные угламъ enm, fnm ; наконецъ чрезъ точку f проведутъ fh параллельную къ pn , а чрезъ точку e , линію eh параллельную къ no , сіи линіи встрѣтясь на искомой точкѣ h .

Сіе самое средство служитъ къ познанію мѣста, гдѣ находишься на морѣ въ виду двухъ земель. Наконецъ линея въпрровъ, коя назначена на морскихъ картахъ, снабжаетъ пособіями для сокращенія нѣкопюрыхъ изъ сихъ дѣйствій. Мы не можемъ войти въ подробности сего, кои непосредственно принадлежатъ къ Лоції. Довѣстъ намъ показать начала, на коихъ основаны сіи различныя практическія дѣйствія.

При всемъ томъ, примѣтимъ сіе, что не должно опредѣлять глубину такимъ образомъ, какъ только тогда, когда обстоятельство иначе сдѣлать не позволяютъ. Ибо, сколь ни искусенъ бы кто былъ въ употребленіи пель-компаса, не можетъ отъ точки n на морѣ запеленговать предметы e и f съ такою точностію, на которую бы столько можно было положиться, какъ на пеленгованіе предмета n , который будетъ или шляпка или буеръ, учиненное отъ точекъ e и f на берегу. Назначеніе глубинъ столь важно, что должно спараться всѣми силами употреблять средства, для опредѣленія ихъ, выгоднѣйшія для точности.

Находишься еще другое средство для снятія плановъ, кое шѣмъ паче удобнѣе, что оно требуетъ немного пріуготовленія, и въ тожъ время, какъ замѣчаютъ разныя точки, коихъ положеніе

имѣть желаюшѣ, назначаюшѣ ихѣ на планѣ, не потерявъ ихѣ изъ виду. Инструментѣ употребляемый для сего представляенѣ въ фигурѣ 78. Авсе есть дощечка, длиною отъ 15 ши, до 16 ши дюймовѣ, и столько же почти шириною, поставленная на ножкѣ, какѣ и графометрѣ. На сию дощечку натягиваюшѣ листѣ бумаги и прикрѣпляютѣ ее рамочкою. коя окружаетѣ дощечку. Имъ есть линейка, при концахѣ коея находится по мишенькѣ.

Когда желаешь сдѣлать употребленіе сего инструмента, который называется угломернымѣ сплюсникомѣ, для снятія плана или каголибо поля: возьми атъ за основаніе, какѣ въ прошедшихѣ дѣйствіяхѣ, и поставь ножку инструмента на а. Возьми шестѣ въ ш, положи на бумагу линейку имъ, и направь такѣ, чтобѣ видѣнѣ былѣ шестѣ тъ сквозь двѣ мишеньки. Тогда проводи подѣ линейки линію егъ, по которой положи столько мащабныхѣ частей плана, сколько найдется фушѣ между точкою е, отъ коей теперь примѣчаешь, и точкою г, отъ коей будешь примѣчать во второе постановление угломернаго стола. Пономѣ оборачивай линейку около точки е, пока не увидишь, смотря сквозь мишеньки, котораго нибудь изъ предметовѣ ж, н, г; и какѣ скоро усмотрѣлъ одинѣ, проводи подѣ линейки неопредѣленную линію. Такимѣ образомѣ пробѣжавѣ всѣ предметы, кои можно видѣть, когда пришелѣ на а, перенеси инструментѣ на т, оставя шестѣ на а. Тогда при точкѣ гъ дѣлай тѣже дѣйствія надѣ предметами ж, н, г, кои сдѣлалѣ на первомѣ мѣстѣ. Линіи fi, fh, fg, кои въ семѣ второмѣ случаѣ простираются хотя умствено къ симѣ предметамѣ, встрѣчаются съ первыми на точкахѣ g, h, i, кои суть изображеніе предметовѣ г, н, ж.

На той же еще теоріи подобныхъ фигуръ основывается способъ полагать на карту путь корабля, который онъ сдѣлалъ во время своего плаванія, или во время части оного.

Положимъ, что корабль, отправившись отъ извѣстнаго мѣста, проплывъ 28 лигъ на зюйдъ-остъ, потомъ 20 лигъ на зюйдъ, и наконецъ 26 лигъ на зюйдъ-вестъ, желаньно опредѣлить на картѣ путь, коимъ онъ плылъ, и мѣсто пришестья.

Тотчасъ ищущъ на картѣ точку его отшествія; положимъ, что оное есть точка d (ф. 79). Подобнымъ образомъ ищущъ между двумя раздѣленіями дуги въпродъ, назначенной на картѣ, которая линия простирается на зюйдъ-остъ; положимъ, что она зѣсь линия сг; отъ точки d проводящъ линію dс параллельную къ сг, и полагающъ по dс столько масштабныхъ частей карты, сколько лигъ проплыто на зюйдъ-остъ. Отъ точки с проводящъ также линію сѳ параллельную къ сг, коя идетъ къ зюиду; и по сѳ полагающъ столько частей масштабныхъ, сколько проплыто лигъ на зюйдъ. Наконецъ отъ точки ѳ проводящъ ѳа параллельную къ сѳ, идущей на зюйдъ-вестъ; и когда положишь по ѳа столько масштабныхъ частей, сколько проплыто лигъ на зюйдъ-вестъ; точка а будетъ точка пришестья, а назначеніе dсѳа представитъ путь переплывшій кораблемъ. Самою всѣю линіею dс, сѳ, ѳа, дѣлаютъ между собою тѣже углы, кои сдѣлали между собою одинъ за другимъ разныя части пути корабля; и сверхъ сего части сд, сѳ, ѳа имѣютъ между собою тѣже содержанія, что и разстоянія переплывшя кораблемъ; по сему фигура dсѳа есть (131) совершенно подобна пути, коимъ корабль плылъ. Наконецъ точка d назначена на картѣ, какъ и точка отшествія въ раз-

сужденій земли*; и посему дѣла не только подобна пути корабля, но еще и положена въ разсужденіи разныхъ точекъ карты, какъ путь корабля былъ въ разсужденіи разныхъ точекъ земли.

ОТДѢЛЪ ВТОРЫЙ.

О поворачиваніяхъ.

139. Достигли мы теперь до втораго изъ тѣхъ трехъ родовъ протяженій, кои мы уже различили, то есть до протяженія въ длину и ширину.

Въ семъ отдѣлѣ будемъ разсуждать о плоскостяхъ или о поворачиваніяхъ плоскихъ; и то только о фигурахъ прямолинейныхъ и о кругѣ.

Мѣра поворачиваній зависитъ отъ треугольниковъ или четырехугольниковъ.

Четырестороннія фигуры раздѣляющіяся на просто называемые четырехугольники, на трапезіи и на параллелограммы.

Фигура о четырехъ сторонахъ, кою называють просто четырехугольникъ, есть та, между сторонами коея нѣтъ ни одной такой, которая бы была параллельна къ другой. См. Фиг. 80.

* Сіе выраженіе безъ сомнѣнія не во всей строгости точно; но здѣсь не мѣсто утвердить совершенный его смыслъ. Точки карты, а особливо меркаторской, не имѣють того же положенія между собою, какое точки земли, кои онѣ представляютъ; но довольно здѣсь, чтобъ онѣ имѣли то же употребленіе. Мы въ другомъ мѣстѣ возвратимся къ сему предмету.

Трапезій есть фигура четырехсторонная, коея двѣ только стороны параллельны. (ф. 81).

Параллелограммъ есть четырехугольникъ, имѣющій противоположныя стороны параллельныя (ф. 82, 83, 84, 85, 86, 86*). Параллелограммовъ находишься четыре рода, а именно: ромбондѣ, ромбѣ, прямоугольникѣ и квадратѣ.

Ромбондѣ есть параллелограммъ, коего смѣжныя стороны и углы не равны. (ф. 82).

Ромбъ есть также параллелограммъ, у коего всѣ стороны равны, а углы не равны (фиг. 83).

Прямоугольникъ есть шестѣ, у коего всѣ углы равны, а смѣжныя стороны не равны (фиг. 84).

Квадратѣ есть шестѣ, коего стороны и углы равны (ф. 85).

Когда углы четырехугольника равны, необходимо они прямые, пошому что четыре угла всякаго четырехугольника вышѣшѣ равны четыремѣ прямымѣ угламѣ (86).

Перпендикулярѣ еѣ (ф. 82), проведенный между противоположными сторонами параллелограмма, называется Высотою сего параллелограмма; а сторона вс, на кою падаетѣ сѣ перпендикулярная, называется основаніемѣ.

Высота треугольника авс, (ф. 87, 88 и 89) есть перпендикулярѣ а д, опущенный изѣ одного угла а сего треугольника на противоположную ему сторону вс, продолженную естѣли пошребне; и сѣ сторона называется тогда его основаніемѣ.

140. Всякой прямолинейной треугольникѣ авс (ф. 89) естѣ половина параллелограмма, тогоже сѣ нимѣ основанія и тойже высоты.

Ибо всегда можно провести отѣ вершины угла с линією сѣ параллельную кѣ сторонѣ ва, и отѣ вершины угла а линією а е параллельную

кб сторонѣ вс, кои со сторонами ав, вс составляющѣ параллелограммѣ авсе тогоже основанія и тойже высоты сб треугольникомѣ авс; сб симѣ подлогомѣ легко видѣть можно, что два треугольника авс, сеа суть равны; ибо сторона ас у нихъ общая; сверхъ сего углы вас, асе равны, поелику ав параллельна кб се (38); и для тойже причины углы вса и сае равны. Когда же два треугольника имѣютъ прилежащую сторону кб двумѣ угламѣ равнымѣ единѣ по единому ту же, то они равны; по сему треугольникѣ авс есть половина параллелограмма авсе.

141. Параллелограммы авсд, евсф (ф. 86 и 86*) тогоже основанія и тойже высоты суть площадью равны.

Сѣи два параллелограмма авсд, евсф (ф. 86) имѣютъ общую часть евсд; и такѣ равенство ихъ зависѣть только отъ равенства треугольниковъ аве, дсф; и сѣе легко доказать, что сѣи два треугольника равны: ибо ав равна сд, поелику сѣи параллельныя линии заключаются между параллельными (82); по той же причинѣ и ве равна сф; сверхъ сего (43) уголъ аве равенъ углу дсф. Когда же два треугольника имѣютъ по равному углу содержимому между равными сторонами одина по одной, то они равны; по сему и параллелограммѣ авсд равенъ параллелограмму евсф.

На фигурѣ 86* можно доказать такимъ же образомъ, что два треугольника аве, сдф суть равны; по чему, когда отъ каждаго изъ оныхъ отнимемъ треугольникѣ дје, остальные два трапезія авдѣ, ејсф будутъ равны. Наконецъ когда приадемъ кб каждому изъ сихъ трапезіей треугольникѣ вјс, параллелограммѣ авсд и параллелограммѣ евсф, кои отъ сего произойдутъ, будутъ равны.

142. Слѣдственно можно также сказать, что треугольники тогоже основанія и тойже высоты, или равныхъ основаній и равныхъ высотъ, суть равны: послѣку они суть половины параллелограммовъ, тогоже основанія и той же высоты съ ними (140).

143. Изъ сего послѣдняго предложенія можно заключить, что всякой многоугольникъ можеть обращенъ быть въ треугольникъ равный ему площадью. Напримѣръ, пусть будетъ авсде (ф. 91) пятиугольникъ; ежели проведемъ діагональ ес, соединяющую концы двухъ смежныхъ сторонъ ед, де; и чрезъ точку д, проводяши дг параллельную къ ес, и встрѣчающуюся съ ае продолженною на точку г, проведемъ ег, будемъ имѣть четырехугольникъ авсг равный площадью пятиугольнику авсде: ибо два треугольника есд, есг имѣютъ общее основаніе ес; сверхъ сего заключаются между тѣми же параллельными ес, дг; по сему будутъ тойже высоты, слѣдовательно и равны; и такъ ежели приложимъ къ каждому изъ нихъ четырехугольникъ еавс, пятиугольникъ авсде будетъ равенъ четырехугольнику авсг.

И такъ подобнымъ же образомъ, какъ пятиугольникъ обратили въ четырехугольникъ, обратимъ и четырехугольникъ въ треугольникъ, слѣдовательно и проч.

О мѣрѣ поверхностей.

144. Измѣряеть поверхность называется, опредѣлить сколько разъ сія поверхность содержитъ въ себѣ другую извѣстную поверхность.

Употребляемыя мѣры суть обыкновенно квадраты, иногда также бываютъ и прямоугольные параллелограммы. И такъ измѣряеть поверхность

авсд (ф. 90) значить, опредѣлить сколько она содержитъ въ себѣ такихъ квадратовъ, какъ $abcd$, или прямоугольниковъ, какъ $abcd$; ежели сторона ab квадрата $abcd$ есть футовая, то значить опредѣлить, сколько поверхность $авсд$ содержитъ въ себѣ квадратныхъ футовъ; ежели сторона ab прямоугольника $abcd$ есть футовая, а сторона bc трехъ-футовая, значить опредѣлить сколько разъ поверхность $авсд$ содержитъ въ себѣ прямоугольникъ, коего длина 3 футовъ, а ширина футъ.

Дабы измѣрить поверхность прямоугольника $авсд$ квадратами, должно сыскать сколько разъ сторона $ав$ содержитъ въ себѣ сторону ab квадрата $abcd$, который долженъ служить единицею, или мѣрою; также сыскать, сколько разъ сторона $вс$ содержитъ въ себѣ ab , и потомъ, умноживъ сія числа одно на другое, будемъ имѣть число квадратовъ такихъ, какъ $abcd$, кое поверхность $авсд$ помѣститъ въ себѣ можеть. Напримѣръ: ежели $ав$ содержитъ въ себѣ ab чепыре раза, а $вс$ ту же ab семь разъ, уможаю 7 на 4, и произведеніе 28 означаетъ, что прямоугольникъ $авсд$ содержитъ въ себѣ 28 такихъ квадратовъ, какъ $abcd$.

Ибо, ежели чрезъ точки дѣленія e, f, g проведемъ параллельныя къ $вс$, будемъ имѣть чепыре равные прямоугольника, изъ конхъ каждой можеть содержать въ себѣ столько квадратовъ такихъ, какъ $abcd$, сколько частей въ сторонѣ $вс$, равныхъ ab ; следовательно должно взять столько разъ квадраты, содержимые въ одномъ изъ сихъ прямоугольниковъ, сколько прямоугольниковъ, то есть столько разъ, сколько сторона $ав$ содержитъ въ себѣ ab ; и какъ число квадратовъ содержимыхъ въ каждомъ прямоугольникѣ есть то же, что и число частей въ $вс$, по сему яв-

ствуетъ, что, когда умножимъ число частей вс на число равныхъ частей прямая ав, получимъ число такихъ квадратовъ, какъ abcd, кое прямоугольникъ авсд содержитъ въ себѣ можетъ.

Хотя мы и положили въ предложенномъ нами теперь рассужденіи, что стороны ав и вс содержатъ въ себѣ мѣру аб точно нѣскольکو разъ, однако оно не меньше принадлежитъ и къ случаю, въ космѣ мѣра аб не будетъ содержать точно. На примѣрѣ: ежели бы вс содержала въ себѣ только 6 мѣрѣ и $\frac{1}{2}$, каждой прямоугольникъ содержалъ бы въ себѣ только 6 квадратовъ и $\frac{1}{2}$; и ежели бы сторона ав содержала въ себѣ только 3 мѣры и $\frac{1}{3}$, тогда было бы только три прямоугольника и $\frac{1}{3}$, каждой о шести квадратахъ и $\frac{1}{2}$; по сему надлежало бы умножить 6 $\frac{1}{2}$ на 3 $\frac{2}{3}$, по есть число мѣрѣ вс на число мѣрѣ ав.

145. Понеже (141) прямоугольный параллелограммъ авсд (ф. 86. 86*) равенъ параллелограмму евсѣ тогоже съ нимъ основанія и тойже высоты, по сему слѣдуетъ, что, дабы найти площадь онаго, должно умножить число частей его основанія вс, на число частей его высоты ав; почему можно сказать вообще.....

Дабы сыскать число квадратныхъ мѣрѣ, содержимыхъ въ площади какоголибо параллелограмма авсд (ф. 82), должно измѣрить основаніе вс, и высоту еѣ также мѣрою, и умножить число мѣрѣ основанія, на число мѣрѣ высоты.

И по сему явствуетъ изъ сказаннаго (144), что, когда желаемъ узнать величину поверхности авсд (ф. 90), не иное должно намъ слѣдовать, какъ взять поверхность авсд, или число квадратовъ въ ней содержимыхъ столько разъ, сколько сторона еѣ содержитсяъ въ сторонѣ ав; и такъ множимое есть самую вещь поверхность,

а множитель есть число простое, кое показываешь только, сколько разъ должно взять сѣ множимое.

Однако очень обыкновенно говорятъ, что, дабы найти площадь параллелограмма, должно умножить основаніе его высокою; но надобно на сѣ смотрѣть какъ на сокращенное выраженіе, въ коемъ подразумѣваютъ число квадратовъ соотвѣствующихъ частямъ основанія; и число частей высоты. Словомъ, не можно сказать, что мы умножаемъ линію линіею. Умножать, значитъ, взять нѣсколько разъ; такъ что, когда умножаютъ линію, никогда не можно получить ни чего кромѣ линіи; и когда умножаютъ поверхность, не выдѣлѣ никогда другаго кромѣ поверхности. Поверхность не можетъ имѣть другихъ сплнхій или началъ, кромѣ поверхностей; и хотя часто говорятъ, что на параллелограммъ авсд (ф. 82) можно смотрѣть какъ на составленный изъ столько многихъ линій, равныхъ и параллельныхъ вс, сколько находится точекъ въ высотѣ еф; однако должно подразумѣвать, что сн линіи имѣютъ безпредѣльно малую ширину (ибо многія линіи безъ ширины не составляютъ поверхности); и тогда каждая изъ сихъ линій есть поверхность, коя, будучи взята столько разъ, сколько ея высота находится въ высотѣ ае, даетъ поверхность авсд.

Не смотря на сѣ мы примемъ сѣ выраженіе: умножать линію линіею; но недолжно шерять изъ виду, что сѣ есть только сокращенный образъ рѣчи. И такъ будемъ говорить, что произведеніе двухъ линій изображаетъ площадь; хотя въ самой вещи долженствовали бы сказать: число частей одной линіи умноженное числомъ частей другой, изображаетъ число квадратныхъ частей, содержимыхъ въ параллелограммѣ, имѣ-

ющемъ одну изъ сихъ линей высокою, а другую основаніемъ.

Для назначенія площади параллелограмма авсд (ф. 82), будемъ писать свхег; въ фигурѣ 84, напишемъ вахвс; а въ 85, въ коей двѣ стороны ав и вс равны, вмѣсто авхвс или авхав. будемъ писать $ав^2$; такъ что $ав^2$ будетъ значить линейю ав умноженную саму на себя, или площадь квадрата сдѣланнаго на ав. Также, дабы изобразить, что линейя ав возведена до куба, будемъ писать $ав^3$, что шуже силу имѣть будетъ, какъ авхавхав или $ав^2 \times ав$.

146. Изъ сказаннаго теперь нами слѣдуетъ, что дабы имѣть два параллелограмма, равные площадью, долѣетъ, ежели произведеніе основанія на высоту одного, будетъ равно произведенію основанія на высоту другого. По сему, когда два параллелограмма равны площадью, основанія ихъ суть возвратно пропорціональны ихъ высотамъ, т. е. что на основаніе и высоту одного можно смотрѣть какъ на крайніе члены пропорціи, коей основаніе и высота другого составляють средніе; ибо смотря на нихъ такимъ образомъ, произведеніе крайнихъ равно произведенію среднихъ; и такъ въ семъ случаѣ необходимо есть пропорція (Ариѳ. 180).

Впрочемъ истинну сію можно видѣть непосредственно: когда вникнемъ, что ежели основаніе одного меньше, на примѣръ, основанія другого, должно, чтобъ высота перваго была соразмѣрно больше, дабы сдѣлать тоже произведеніе.

147. Понеже треугольникъ есть половина параллелограмма тогоже основанія и тойже высоты (140), слѣдуетъ изъ теперь сказаннаго въ (145), что, дабы сыскать площадь треугольника, должно умножить основаніе высокою, и взять половину сего произведенія.

И такъ, ежели высота AD (ф. 87) есть 34 хъ фушъ, а основаніе BC 52 хъ, площадь будетъ содержать въ себѣ 884 квадрашныхъ фушъ, что и есть половина произведенія 52 хъ на 34.

Безполезно, думаю, утверждать доводами, что произведеніе всегда будетъ то же, когда основаніе умножимъ половиною высоты, или высоту половиною основанія.

148. По сему, і е: Дабы сыскашь площадь трапезія, должно сложить двѣ параллельныя линей, взять половину оной суммы, и умножить перпендикуляромъ проведеннымъ между сими двумя параллельными. Ибо, ежели проведешь діагональ BD (ф. 81), будущъ два треугольника ABD , BDC , коихъ общая высота есть EF . Для сысканія площади треугольника ABD должно умножить половину AD линейсю EF ; а для сысканія площади треугольника BDC должно умножить половину BC поюже EF ; слѣдовательно площадь трапезія равна половинѣ AD , умноженной на EF вмѣстѣ съ половиною BC , умноженной на EF , т. е. половинѣ суммы AD съ BC умноженной на EF .

Ежели отъ середины G линей AB проведешь GN параллельную къ BC , сія линей GN будетъ половина суммы двухъ линей AD и BC . Ибо, пусть будетъ J точка, на косой GN пересѣкающъ діагональ BD , подобные треугольники BAD , BGN , по причинѣ параллельныхъ AD и GN , дающъ знать (109), что GN половина AD , понеже BC половина AB . И такъ, когда GN параллельна къ BC и AD ; BC по (102) разсѣчена также какъ и AB ; и по сему такимъ же образомъ докажемъ, что JN есть половина BC , взявъ въ разсужденіе подобные треугольники BNC и JDN .

Слѣдовательно, въ силу сказаннаго выше, можно сказать, что площадь трапезія $ABCD$,

равна произведенію высоты EF на линию GH , проведенную въ равныхъ разстояніяхъ отъ двухъ сопряженныхъ основаній.

149. 2. е. Дабы найти площадь какого нибудь многоугольника, должно раздѣлить его на треугольники линиями проведенными отъ тойже точки ко всякому изъ его угловъ, и раздѣльно вычисливъ площадь каждого изъ сихъ треугольниковъ; сложивъ всѣ сіи площади, получишь всю площадь многоугольника. Но дабы, сколько возможно, имѣть меньшее число треугольниковъ, приличнѣе будешь проводить всѣ сіи линии отъ одного изъ угловъ; смотри фигуру 92.

150. Если многоугольникъ будешь правильной (ф. 53): какъ всѣ его стороны, и всѣ перпендикуляры, опущенные изъ центра, суть также равны; то представляя, что онъ составленъ изъ треугольниковъ имѣющихъ вершины свои при центрѣ, площадь его найдешь, когда одну изъ его сторонъ умножишь половиною перпендикуляра, и произведеніе сіе числомъ сторонъ; или, что все то же, когда обмѣръ многоугольника умножишь половиною перпендикуляра.

151. Понеже можно смотрѣть (136) на кругъ, какъ на правильной многоугольникъ безчисленнаго множества сторонъ, по сему должно заключить, что, дабы найти площадь круга, должно окружность его умножить половиною радіуса.

Ибо перпендикуляръ проведенный на одну изъ его сторонъ не различествуетъ отъ радіуса, когда число сторонъ безконечное.

152. Послѣнку окружности круговъ суть между собою какъ радіусы или діаметры оныхъ (136), очевидно, что, ежели бы знали окружность круга, у коего діаметръ извѣстенъ, легко бы можно было опредѣлить окружность всякаго другаго

круга, коего діаметръ извѣстенъ; понеже дѣло бы состояло только въ томъ, что бы сыскать четвертую пропорціональную сея пропорціи: діаметръ извѣстной окружности, къ сей самой окружности такъ, какъ діаметръ искомой окружности, къ оной второй окружности.

Содержаніе діамetra къ окружности въ точности намъ не извѣстно, но имѣемъ сравненіе оныхъ столь близкое, что на точнѣйшее можно смотрѣть какъ на со всемъ бесполезное въ практикѣ.

Архимедъ нашелъ, что кругъ, коего діаметръ 7 футовъ, будетъ имѣть окружность близко 22 футовъ. И такъ, если спросимъ, какая будетъ окружность круга, коего діаметръ 20 футовъ, должно сыскать (Арх. 179) четвертый членъ пропорціи, коея три первые суть $7:22::20$. Сей четвертый членъ, который будетъ $62\frac{6}{7}$, есть почти долгота окружности круга, коего діаметръ 20 футовъ. Я говорю почти; ибо должно, что бы кругъ имѣлъ не менѣе 800 футовъ въ діаметрѣ, дабы въ опредѣленной окружности по содержанію $7:22$ была ошибка на футовъ. Въ прочемъ употребляя содержаніе $7:22$, можно и не дѣлать пропорціи: довлѣетъ утроить діаметръ и къ произведенію прибавить седьмую часть сего самаго діамetra; пошому что $3\frac{1}{7}$ есть число разъ, сколько 22 содержитъ въ себѣ 7.

Адріанъ Мецій сообщилъ намъ гораздо ближайшее содержаніе; оно есть $113:355$. Сіе содержаніе таково, что должно діаметру круга быть 1,000,000 футовъ по крайней мѣрѣ, дабы при упо-

требленіи сего содержанія, погрѣшность въ окружности была на футѣ*.

На концѣхъ естли пошребно имѣть окружность въ большей точности, употребляя содержаніе 1 цы къ 3, 1415926535897932, кое уже очень преходитъ границы нуждъ обыкновенныхъ, и въ коемъ всегда можемъ убавить больше или меньше цифръ съ правой руки, смотря, великая, или малая настоятъ нужда въ точности. И какъ сего содержанія первый членъ 1 ца, оно и очень удобно для сысканія окружности предложеннаго круга, понеже должно только умножить число 3, 1415926 и проч. діаметромъ сего даннаго круга.

Теперь очень уже легко сыскать площадь даннаго круга, по крайней мѣрѣ столь точно, сколь величайшія нужды въ практикѣ потребовать могутъ.

Естли спросятъ, сколько квадратныхъ футовъ въ площади круга, коего діаметръ 20 футовъ, вычисляю его окружность, какъ выше показано, и нашедъ, что она $62\frac{6}{7}$ футовъ, умножаю оныя $62\frac{6}{7}$ на 5 футовъ, кои суть половина радіуса (151), и нахожу $314\frac{2}{7}$ квадратныхъ футовъ въ площади сего круга.

153. Секторомъ круга называють поверхность, содержащую между двумя радіусами JA , $JВ$, (ф. 74) и дугою $авв$.

А сегментомъ или ошѣткомъ, поверхность, содержащую въ дугѣ $авв$ и ея хордѣ $ав$.

Понеже на кругъ можно смотрѣть, какъ на правильной многоугольникъ безчисленнаго множе-

* Дзбы легче упомянуть сіе содержаніе, должно примѣнить, что, первыя три нечотныя числа 1, 3, 5, его составляющія, написаны по два по порядку такъ, что, когда раздѣлишь по поламъ оныя, будетъ сіе самое содержаніе, а именно: 113:355.

ства сторонъ, слѣдовашельно и на секторъ круга можно также смотрѣть, какъ на часть правильного многоугольника, и на площадь его, какъ на составленную изъ безчисленнаго множества треугольниковъ, имѣющихъ всѣ свои вершины при центрѣ, а высокою радіусъ. По сему, дабы найти площадь сектора круга, должно умножить дугу, служащую ему основаніемъ половиною радіуса.

Что касается до сегмента или отсѣка, очень видно, что, для сысканія его площади, должно отнять площадь треугольника jab отъ площади сектора $jabv$.

Извѣствуетъ, что въ томъ же кругѣ длины дугъ пропорціональны числамъ ихъ градусовъ; и по сему, когда извѣстна длина окружности, можемъ опредѣлить и длину дуги, какихъ бы градусовъ она ни была, прибавивъ сію пропорцію: 360° , сущъ къ числу градусовъ дуги, коея ищемъ длину, такъ какъ длина окружности, къ длинѣ сей самой дуги.

Еслили потребно сыскать площадь сектора, всего извѣстно число градусовъ и радіусъ, найди по пропорціи, лишь теперь предложенной, длину дуги, коя есть основаніе сего сектора, и потомъ умножь оную на половиною радіуса. На пр: когда спросятъ площадь сектора $32^\circ, 40'$, въ кругѣ коего діаметръ 20 футовъ, найдешь, какъ показано выше (151), что окружность круга есть $62\frac{6}{7}$ футовъ; потомъ сыщи къ премъ числамъ четвертое пропорціональное, кои сущъ: $360^\circ : 32^\circ, 40' :: 62\frac{6}{7}$; сей четвертый членъ, который найдется $5\frac{1}{2}$, будетъ длина дуги $32^\circ, 40'$, кою умноживъ 5 ю, половиною радіуса, получишь $28\frac{1}{2}$ для площади сектора $32^\circ, 40'$.

Послѣ сего легко уже сыскать площадь сегмента, когда опредѣлишь (ф. 74) сторону $ав$ и

высоту из треугольника да в действіемъ, основаннымъ на шѣхъ же началахъ, кои показаны въ (121); но Тригонометрія, кою въ послѣдованіи увидимъ, покажетъ намъ средства гораздо кращайшія и ближайшія къ точности.

154. Хотя сказанное нами (149) и достаточно для измѣренія всякихъ прямолинейныхъ фигуръ, однако не неиспостойно предложимъ здѣсь другое средство. простѣйшее для практики. Оно состоитъ въ слѣдующемъ: (ф. 93) проводи линію ac , и изъ каждаго изъ угловъ опусти къ оной ac перпендикуляры bm , ts , pk , ej , fn ; смѣрй каждую изъ сихъ линій, также и разстоянія an , no , or , rq , qr , rg ; тогда оная фигура будетъ раздѣлена на многія части, изъ коихъ крайнія только треугольники, а прочія трапезіи. Треугольниковъ площадь сыщешь, когда высоту умножишь половиною основанія (147); чтожь касается до трапезій, ихъ площадь получишь, когда полсуммы двухъ параллельныхъ умножишь перпендикуляромъ между оными проведеннымъ (148).

Когда же фигура будетъ обведена кривою линіею, можно и оной сыскать площадь въ практикѣ съ довольною точностію, раздѣливъ линію at (ф. 94), проведенную по самому должайшему мѣсту фигуры, на столь многое число частей, чтобы дуги между сѣченіями av , vs , sv и проч. можно было взять за прямыя линіи; и, дабы вычисленіе было столь возможно простѣе, сдѣлай части ao , or и проч. равныя между собою, тогда для сысканія площади оная, сложи все линіи vn , sm , pl , ek , fj и половину только послѣдней gn , естли кривая линія окружающая фигуру, ограничена прямою an , перпендикулярною къ at ; попомъ сумму оную умножь онымъ разстояніемъ ao ; произведеніе оное будетъ искомая площадь. Сіе непосредственно слѣдуетъ изъ сказаннаго въ

(148). Ибо, чтобы сыскашь площадь фигуры авн, должно ас умножить половиною вн; а для сысканія вб всмн, должно умножить ор или ао половиною вн и см; и для сдсм должно ао умножить половиною см и ол; также и прочія: по сему, сложивъ сн произведенія, увидишь, что ао будетъ умножена двумя половинами вн вмѣстѣ съ двумя половинами см, вмѣстѣ съ двумя половинами ол, вмѣстѣ съ двумя половинами ек, вмѣстѣ съ двумя половинами фј, вмѣстѣ наконецъ съ одною половиною нг; ш. е. что ао должна быть умножена суммою линей вн, см, ол, ек, фј, вмѣстѣ съ половиною послѣднѣя.

Еслили бы потребно было найти площадь фигуры внга, ограниченной двумя линиями вн и гн: возьми только половину вн; а не цѣлую.

Правило показанное нами для измѣренія поверхностей плоскихъ, ограниченныхъ кривыми линиями, можетъ съ великою пользою приложено быть къ разнымъ изысканіямъ надлежащимъ до судовъ. Часно случается въ сихъ изысканіяхъ, что потребно бываешь находишь площадь горизонтальной плоскости судна; въ послѣдованіи будемъ имѣть случай показать сего употребленіе.

О измѣреніи поверхностей саженьми.

155. Чрезъ измѣреніе поверхностей саженьми, разумѣмъ образъ дѣланія нужныхъ умноженій для вычисленія площадей, когда измѣрены ихъ протяженія саженьми и частями сажени.

Въ вычисленіи площадей квадрашными саженьми, квадрашными фушами, квадрашными дюймами, квадрашными линиями, и проч: сажень квадрашная содержишь въ себѣ 49 квадрашныхъ фушъ, поелику она есть прямоугольникъ, у коего

7 футъ въ длину и 7 въ ширину. Квадратной футъ содержишь 144 квадратныхъ дюймовъ, понеже онъ есть прямоугольникъ, у коего 12 дюймовъ въ длину и 12 въ ширину. По тойже причинѣ явствуетъ, что квадратной дюймъ содержишь 144 квадратныхъ линей.

И такъ, дабы вычислить площадь въ квадратныхъ сажняхъ и квадратныхъ частяхъ квадратной сажени, должно только привести два ея просяженія, кои должно одно на другое умножить, въ нижшій сортъ (на прим. въ линси, естли самый нижшій сортъ есть линен); приведенные умноживъ одно на другое, произведеніе обрати въ квадратные дюймы, потомъ въ квадратные футы, и наконецъ въ квадратные сажени, раздѣляя одно за другимъ на 144, 144 и 49. На примѣръ, дабы найти площадь прямоугольника, у коего длина 2 саж. 3 ф., 5 д., а ширина ос, 4 ф., 6 д.; сн два просяженія привожу въ дюймы, и получаю 209 д., и 54 д.; кои умноживъ, получаю 11286 квадратныхъ дюймовъ; что и пишется такъ: 11286 дд. Дабы обратишь ихъ въ квадратные футы, раздѣляю оные на 144; и получаю 78 квадратныхъ футъ и 54 дд въ остаткѣ, т. е. 78 фф. 54 дд. Для приведенія 78 фф въ квадратные сажени, раздѣляю на 49; получаю въ частномъ одну квадратную сажень или 1сс и 29 фф въ остаткѣ; такъ что искомая площадь есть 1сс. 29 фф. 54 дд.

Всякъ видитъ, что здѣсь нѣтъ новаго правила къ изученію для осправленія таковыхъ умноженій, кои очевидно тѣже съ показанными нами въ Ариеметикѣ подъ именемъ умноженія чиселъ съ наименованіемъ. И такъ, чтобы не предлагать много примѣровъ, естли меня спросятъ, какая будетъ площадь прямоугольника имѣющаго 36 с. 5 ф. 7 д. въ длинѣ и 48 с. 3 ф.

9 д въ ширинѣ, поступаю слѣдующимъ образомъ:
 $36с \times 7 = 252ф + 5 = 257ф \times 12 = 3084д + 7 = 3091д$
 $28 \times 7 = 196 + 3 = 199 \times 12 = 2388 + 9 = 2397$
 $3091 \times 2397 = 7409127 дд.$ кои раздѣливъ прежде
 на 144, получимъ 51452 фф, и 39 въ остаткѣ;
 сїи квадрашные фушы раздѣля на 49, получимъ
 1050 сс, и 2 фф. въ остаткѣ; такъ что искомая
 площадь будетъ 1050 сс. 2 фф. 39 дд *.

156. Понеже для сысканія площади въ парал-
 лелограммѣ должно умножить число частей осно-
 ванія на число частей высоты; изъ сего слѣдуетъ
 (Ариѳ. 74), что, естли извѣстна площадь и
 число частей высоты или основанія, и естли
 пожелаешь сыскать основаніе или высоту, дол-
 жно раздѣлить число изображающее площадь, на
 число изображающее одно изъ двухъ протяженій,
 кое будетъ извѣстно. Возьмемъ для объясненія
 сего предъ симъ показанной примѣръ. Пусть дана
 будетъ площадь прямоугольника 1050 сс. 2 фф.
 39 дд. а 28 с. 3 ф. 9 д. высота его: надлежитъ сы-
 скать его основаніе. Поступаю, какъ слѣдуетъ:

1050 сс. 2 фф. 39 дд = 7409127 дд; а

28 с. 3 ф. 9 д = 2397; на сіе число раздѣ-
 ляю первое и получаю въ частномъ 3091 д, кои,
 приведши въ сажени и фушы, какъ показано
 было въ Ариѳметикѣ, нахожу, что основаніе его
 есть 36 с. 5 ф. 7 д.

О сравненіи поверхностей.

157. Площади параллелограммовъ суть
 между собою вообще, какъ произведенія ос-
 нованій на высоты.

* Можемъ сїи числа съ наименованіемъ умножать,
 не приводя ихъ въ нижшій сорпѣ, чему всякъ изъ уча-
 щихъ при семъ случаѣ и примѣры показать можеть.

То есть, что площадь одного параллелограмма содержитъ площадь другого столько же, сколько произведеніе основанія на высоту перваго содержитъ произведеніе основанія на высоту втораго.

Сіе очевидно, понеже всякой параллелограммъ равенъ произведенію основанія на высоту.

Отсюда легко заключить, что, когда два параллелограмма имѣютъ ту же высоту, они суть между собою, какъ ихъ основанія; и что когда того же основанія, суть между собою, какъ ихъ высоты. Ибо содержаніе произведеній не перемѣнится, ежели сдѣланъ будетъ въ каждомъ со-множителѣ, который имѣетъ общій (Арх. 170).

158. Понеже треугольники суть (140) половины параллелограммовъ того же основанія и той же высоты, посему должно заключить, что и треугольники той же высоты суть между собою, какъ ихъ основанія; и треугольники того же основанія суть между собою, какъ ихъ высоты.

159. Площади подобныхъ параллелограммовъ и треугольниковъ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ.

Ибо площади двухъ параллелограммовъ авсд и авсd (ф. 96 и 97), суть между собою (157), какъ произведенія основаній на ихъ высоты; т. е. что $авсд : авсd :: вс \times ае : вс \times ае$. Но ежели параллелограммы авсд, авсd суть подобны, и ежели ав и ав суть ихъ двѣ сходственныя стороны, треугольники аев, аев будутъ подобны, посему сверхъ того, что углы е и е прямые, они должны имѣть еще уголъ в равный углу в; по сему будетъ (108) $ае : ае :: ав : ав$, или $вс : вс$ по причинѣ подобныхъ параллелограммовъ; следовательно въ произведеніяхъ по (99) $вс \times ае$ и $вс \times ае$ можно вставить содержаніе $вс : вс$ вмѣсто $ае : ае$;

и тогда содержаніе сихъ произведеній будетъ $вс^2: вс^2$; по сему авсв:abcd:: $вс^2: вс^2$; и какъ можно взявъ безъ разбору ту или другую сторону за основаніе, почему явснвуснв, что вообще площади подобныхъ параллелограммовъ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ.

160. Въ разсужденіи подобныхъ треугольниковъ, очевидно, что они имѣютъ тоже свойство, понеже они суть половины параллелограммовъ тогоже съ ними основанія и тойже высоты.

161. Вообще площади двухъ какихъ либо подобныхъ фигуръ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ или сходственныхъ линий сихъ фигуръ.

Ибо на площади двухъ подобныхъ фигуръ всегда можно смонѣть, какъ на составленные изъ тогоже числа треугольниковъ подобныхъ каждый каждому; тогда площадь каждого треугольника первой фигуры будетъ къ площади соотвѣствующаго треугольника втораго, какъ квадраты сторонъ перваго, къ квадрату сходственной стороны втораго (160); по сему, поелику всѣ сходственные ихъ стороны въ томъ же содержаніи, ихъ квадраты должны быть также всѣ въ томъ же содержаніи (Ариѳ. 19), будетъ и каждый треугольникъ перваго многоугольника, къ соотвѣствующему треугольнику втораго, какъ квадратъ которой либо стороны перваго многоугольника, къ квадрату сходственной стороны втораго; слѣдственно по (Ариѳ. 186) сумма всѣхъ треугольниковъ перваго будетъ къ суммѣ всѣхъ треугольниковъ втораго, или площадь перваго къ площади втораго будетъ въ томъ же содержаніи.

162. Площади круговъ суть по сему между собою, какъ квадраты ихъ радиусовъ или діаметровъ.

Ибо круги суть подобныя фигуры (136), коих радиусы и діаметры суть сходственныя линіи.

Тоже должно сказать о секторахъ и сегментахъ тогоже числа градусовъ.

И такъ изъ сего видно, что площади подобныхъ фигуръ не суть между собою, какъ ихъ объемы; объемы послѣдуютъ простому содержанію сторонъ (134); т. е. что двухъ подобныхъ фигуръ, если сторона одной фигуры двукратна или прекратна или чешырекратна и проч. сходственной стороны другія, объемъ первой будетъ также двукратенъ, прекратенъ или чешырекратенъ объема другія; но площади ихъ не суть таковы; площадь первой фигуры будетъ тогда въ четверо, въ девятеро, въ шеснацать разъ и проч. больше площади вторыя.

Сію истинну можно сдѣлать ощутительною фигурами 98 и 99, въ коихъ, смотря на фиг. 93, видимъ, что параллелограммъ авсд, коего сторона ав есть двукратна стороны аг подобнаго ему параллелограмма агје, содержитъ въ себѣ чешыре параллелограмма совершенно равныхъ параллелограмму агје; смотря же на 99 фигуру, видимъ, что треугольникъ адг, коего сторона ад двукратна стороны ав подобнаго ему треугольника авс, содержитъ въ себѣ чешыре треугольника равные треугольнику авс; подобно треугольникъ агк, коего сторона аг прекратна стороны ав, содержитъ въ себѣ девять треугольниковъ равныхъ треугольнику авс. Тоже самое будетъ и на кругахъ; кругъ, у коего радиусъ двукратенъ, прекратенъ, или чешырекратенъ и проч. радиуса другаго круга, будетъ содержать въ себѣ 4 раза, 9 разъ или 16 разъ и проч. площадь сего другаго круга.

Отсюда видно, что два судна, совершенно подобныя, имѣли бы такія парусности *, коихъ

(*) Парусность разумѣется собраніе всѣхъ парусовъ на кораблѣ.

поверхности были бы между собою, какъ квадраты высотъ мачтъ; т. е. (что изъ послѣдствія увидимъ) какъ квадраты длинъ судовъ или ихъ широтъ: и потому можемъ также сказать, что два подобныя судна, и концы парусности поставлены въ одинаковомъ направленіи, получаютъ такія количества вѣтра, кои суть какъ квадраты длинъ судовъ. Однако изъ сего не должно заключить, что ихъ скорости будутъ въ томъ же содержаніи. Мы увидимъ въ Механикѣ, какое оно быть долженствовало.

Въ прочемъ мы не изслѣдываемъ должны ли подобныя суда имѣть подобныя паруса; такое изслѣдованіе также надлежитъ до Механики.

163. Посему, если бы потребовалось составить фигуру подобную другой, и кося площадь была бы къ сей другой въ данномъ содержаніи, на прим. въ содержаніи 3 къ 2; не должно бы дѣлать сходственныхъ ихъ стороны въ содержаніи 3 къ 2, ибо тогда площади ихъ были бы въ содержаніи 9 къ 4; но надобно бы сдѣлать сіи стороны такой величины, чтобъ ихъ квадраты были между собою :: 3:2; т. е. положивъ, что сторона а в фигуры х (ф. 100) 50 ф. на прим: должно для сысканія сходственной стороны а в искомой фигуры х (фиг. 101) сыскать четвертый членъ пропорціи, коея три первыя были бы 3:2::50² или 50×50 къ четвертому; сей четвертый членъ, который есть $1666\frac{2}{3}$, будетъ квадратъ стороны а в; чего для извлечши квадратный корень (Ариф. 145) изъ $1666\frac{2}{3}$, получишь 40 ф, 824, т. е. почти 40 ф. 9 д, 10 л. для стороны а в. Когда же имѣешь одну сторону фигуры х, удобно составишь оную фигуру по сказанному (133).

164. Если на трехъ сторонахъ а в, в с, а в прямоугольнаго треугольника а в с (ф. 102) составлены будутъ три квадрата в к а, в к с,

вгнс, ајлс: квадрати ипошенузы равенъ всегда суммѣ двухъ прочихъ.

Изъ прямого угла в опустивъ на ипошенузу ас перпендикулярную вѣ, каждый изъ двухъ треугольниковъ вад, вѣс будетъ подобенъ треугольнику авс (112): следовательно площади сихъ трехъ треугольниковъ будутъ между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ; по сему будемъ имѣть сіи равныя содержанія авд:ав²::вѣс:вс²::авс:ас² или авд; авѣг:: вѣс: вгнс: авс: ајлс; следовательно (Ариф. 186) авд+вѣс:авѣг+вгнс::авс:ајлс. И какъ очевидно, что авс равенъ двумъ частямъ авд+вѣс; по сему квадратъ ајлс равенъ авѣг+вгнс, что можно изобразить еще такъ: ас² равенъ ав²+вс².

165. Нежеже квадратъ ипошенузы равенъ суммѣ квадратовъ двухъ сторонъ около прямого угла, заключаемъ, что квадратъ одной изъ сторонъ около прямого угла равенъ квадрату ипошенузы безъ квадрата другой стороны; т. е. что вс² равенъ ас²—ав² и ав² равенъ ас²—вс².

166. По сему, когда известны двѣ стороны прямоугольнаго треугольника, всегда можно найти третью. Положимъ, на прим. что сторона ав 12 фушъ, сторона вс 25 фушъ, спрашивающъ ипошенузу ас. Слагаю 144, квадратъ стороны ав въ 625, квадратомъ стороны вс, сумма 769 равна квадрату ипошенузы ас; и такъ съшли извлечку квадратный корень изъ 769, получу ипошенузу ас; сей корень есть 27, 73 по крайности одною собою близко, следовательно сторона ас будетъ 27, 73 фушъ, т. е. 27 ф. 8 д. 9 л.

Если напротивъ того была бы одна ипошенуза, и одна изъ сторонъ, другую нашли бы, какъ лишь сказано (въ 165). На прим. если бы ипошенуза ас была 54 фуша, а сторона вс 42, и спросили бы, многихъ ли фушъ сторона ав;

тогда бы изъ 2916 ши, кое естъ квадратъ ипо-
шенузы 54 хъ, ошняяъ я 1764. кое естъ квадратъ
споронъ вс; ошашокъ 1152 былъ бы равенъ ква-
драту споронъ ав; по извлеченіи же квадратнаго
корня изъ 1152, оный корень, который естъ 33, 94,
былъ бы равенъ ав; т. е. чшо ав была бы почши
33 ф. 94 или 33 ф. 11 д. 3 л.

Сіе предложеніе весьма полезно; въ послѣдо-
ваніи много будемъ имѣть случаевъ убѣдишь
себя въ ономъ.

167. Понеже квадратъ ипошенузы равенъ сум-
мѣ квадратовъ двухъ споронъ около прямого
угла, слѣдуетъ, чшо ежели прямоугольный пре-
угольникъ будетъ равнобедренный, какъ случает-
ся, на прим. въ квадратѣ, когда проведутъ діаго-
наль ас (ф. 103), квадратъ ипошенузы будетъ
двукрашенъ квадрата одной изъ его споронъ: по
сему площадь одного квадрата къ площади ква-
драта написаннаго на діагонали, будетъ какъ 1
къ 2; и такъ (по Ариѳ. 192) спорона одного
квадрата къ его діагонали, какъ 1 къ квадратному
корню 2 хъ; и какъ сей корень не можеть быть
выраженъ числами въ точности, изъ сего слѣ-
дуетъ, чшо не можно имѣть точно въ числахъ
содержанія споронъ квадрата къ его діагонали,
т. е. чшо діагональ естъ линия несовмѣрмая
или не имѣющая ни какой общей мѣры со своею
стороною.

168. Въ доказательствѣ подъ Но. 164 видѣ-
ли мы, чшо подобіе треугольниковъ авс, адв,
сдв производить авс:ас²::адв:ав²::вдс:вс²
или какъ авс:адв:вдс::ас²:ав²:вс²; но пре-
угольники авс, адв, вдс, будучи всѣ при той же
высотѣ, суть между собою, какъ ихъ основанія
(158); по сему авс:адв:вдс::ас:ад:дс; слѣд-
ственно и ас²:ав²:вс²::ас:ад:дс; чего ради
квадратъ на ипошенузѣ къ каждому изъ

квадратовъ на двухъ прочихъ сторонахъ, какъ самая ипопенуза къ каждому изъ лежащихъ симъ сторонамъ сегментовъ или ошсѣковъ.

169. Отсюду можно вывести средство дѣлать то на линейхъ, что мы показывали на числахъ (163); т. е. составлять фигуру x подобную предложенной фигурѣ x (ф. 100 и 101), и коея бы площадь была къ площади первой въ данномъ содержаніи.

Проведи (ф. 104) неопредѣленную линію де, на коей возьми двѣ части др и ре такія, чтобъ др была къ ре, какъ площадь данной фигуры x (ф. 100) должна быть къ площади искомой фигуры x (ф. 101), т. е. :: 3 : 2, ежели желаютъ, чтобъ x была $\frac{2}{3}$ фигуры x . На де (ф. 104), какъ на діаметрѣ, напизи полкруга две, и при точкѣ р, возставивъ перпендикуляръ рв, проводи ошъ точки в, на коей она встрѣчается съ окружностію, къ двумъ концамъ д и е хорды дв, ве. На дв возьми ва, равную сторонѣ ав фигуры x , и, проведши ас параллельную къ де, получишь вс, сходственную сторону искомой фигуры x , кою попомъ и составишь, какъ показано (133). Причина сему слѣдующая: Площадь фигуры x должна быть къ площади фигуры x какъ квадратъ стороны ав къ квадрату искомой стороны аб, т. е. :: $ав^2 : аб^2$; и какъ потребно, чтобъ сіи двѣ площади были одна къ другой :: 3 : 2; по сему должно, чтобъ $ав^2 : аб^2 :: 3 : 2$. И какъ (ф. 104) $ав : вс :: вд : ве$, слѣдовательно (Ариѳ. 191) $ав^2 : вс^2 :: вд^2 : ве^2$; но какъ треугольникъ две есть прямоугольный, будетъ (168) $вд^2 : ве^2 :: др : ре$, т. е. :: 3 : 2; по чему $ав^2 : вс^2 :: 3 : 2$; также и $ав^2 : вс^2 :: ав^2 : аб^2$; по сему аб должна быть равна вс.

170. Слѣдуетъ еще изъ сказаннаго (168), что квадраты хордъ ac , ad и проч, проведенныхъ отъ одного конца діаметра ab (ф. 105) суть между собою, какъ части ar , ao , описываемыя перпендикулярами, опущенными на оныи отъ концовъ сихъ хордъ.

Ибо проведши хорды vc и vd , получишь (168) въ прямоугольномъ треугольникѣ abc :

$$ab^2 : ac^2 :: ab : ar,$$

и въ прямоугольномъ треугольникѣ abd ,

$$ad^2 : ab^2 :: ao : ab$$

по сему (100) $ad^2 : ac^2 :: ao : ar$.

О плоскостяхъ.

171. Показавъ о мѣрѣ и содержаніяхъ плоскихъ поверхностей, не остается намъ инаго, дабы могли мы присупить къ тѣламъ, какъ изслѣдывать свойства прямыхъ линей въ разныхъ ихъ положеніяхъ въ разсужденіи плоскостей, и свойства самыхъ плоскостей въ разныхъ ихъ положеніяхъ между собою; о чемъ мы и намѣрены теперь предложить.

Мы не полагаемъ ни какой величины ниже опредѣленной фигуры плоскостямъ, о коихъ мы намѣрены разсуждать, а полагаемъ оныя протяженными неопредѣленно во всѣ стороны; и естьли представляемъ ихъ въ видѣ нѣкоторыхъ фигуръ, сіе дѣлаемъ единственно для облегченія нашего воображенія.

172. Прямая линия не можетъ быть одною своею частію на плоскости, а другою на возвышенной или пониженной плоскости въ разсужденіи первой.

Ибо (5) плоскость есть такая поверхность, къ коей можно приложить прямую линию точно и вездѣ.

173. Также и часть плоскости не можетъ быть на плоскости, а другая въ ся.

Ибо прямая линия, коея будетъ проведена на части плоскости общей сямъ двумъ плоскостямъ, будучи неопредѣленно продолжена на той и на другой плоскости, будетъ находится частью на одной изъ сихъ плоскостей, а другою на возвышенной или пониженной въ разсужденіи первой, что не возможно (172).

174. Двѣ прямыя ав и сѳ (ф. 106) пресѣкающіяся взаимно, сущіе на тойже плоскости.

Ибо очевидно, что можно провести плоскость чрезъ одну изъ сихъ линий ав, и чрезъ точку взятую по произведенію на другой; и какъ е точка сѣченія, принадлежа къ ав находится на проведенной плоскости, не сему линия сѳ имѣетъ двѣ точки на сей плоскости, слѣдовательно и вся она находится на ней.

175. Пресѣченіе двухъ плоскостей есть прямая линия.

Понеже каждая изъ двухъ плоскостей не имѣетъ толщины, сѣченіе ихъ должно быть линия; сверхъ сего она должна быть и прямая; ибо прямая линия, проведенная чрезъ двѣ точки сего сѣченія, необходимо будетъ вся на каждой изъ сихъ двухъ плоскостей, и по сему она есть самое сѣченіе.

176. И такъ чрезъ шуже прямую линию можно провести безчисленное множество разныхъ плоскостей.

177. Линия перпендикулярная къ плоскости называется, когда она не наклоняется ни на которую сторону сея плоскости.

178. Если ав перпендикулярна къ плоскости ге (ф. 107), то перпендикулярна она

ко всѣмъ прямымъ вс, вс, вс и проч. кои можно провести чрезъ точку ея встрѣчи съ сею плоскостію. Ибо, еслили бы находилась одна, къ коей бы она была не перпендикулярна, тогда бы наклонялась къ сей линіи, слѣдственно и къ плоскости.

179. Когда линія ав (ф. 108) перпендикулярна къ плоскости ге, и ежели чрезъ в, точку ея встрѣчи съ плоскостію, проведемъ линію вс на плоскости ге, и представимъ, что плоскость авс обращается около ав, говорю, что въ семъ движеніи линія вс не сойдесть съ плоскости ге.

Представимъ плоскость авс пришедшею въ какое нибудь положеніе авд; ежели бы линія вс, находящаяся тогда на вд, не находилась на плоскости ге, сего ради плоскость авд встрѣтилась бы съ плоскостію ге на прямой линіи вѣ; къ коей ав была бы перпендикулярна (178); слѣдовательно вѣ была бы также перпендикулярна къ ав; и какъ вд полагается перпендикулярна къ ав при тойже точкѣ в, по сему слѣдовало бы, что при тойже точкѣ в и на тойже плоскости авд можно бы было возставить два перпендикуляра къ ав, что не возможно (27); слѣдовательно вѣ не можетъ быть различная отъ вд; по чему и вс, въ движеніи своемъ около ав не можетъ сойти съ плоскости ге.

180. По сему, что бы прямая линія ав была (ф. 108) перпендикулярною къ плоскости ге, доважемъ, еслили она перпендикулярна къ двумъ линіямъ вс, вд, встрѣчающимся на сей плоскости при точкѣ ихъ сѣченія.

Ибо, еслили представимъ, что плоскость прямого угла авс обращается около ав, линія вс на значивъ плоскость (179), къ коей ав будетъ перпендикулярна; и такъ, говорю, что сія плоскость

будетъ не другая, какъ плоскость $\delta\epsilon$ двухъ линей вс и $\nu\delta$: ибо когда уголъ $\alpha\nu\delta$ прямой, какъ и уголъ $\alpha\beta\gamma$, линия $\beta\gamma$, обращаясь около $\alpha\beta$, необходимо будетъ имѣть линсю $\nu\delta$ за одно изъ своихъ положеній; по сему $\nu\delta$ есть на плоскости назначенной линсю $\beta\gamma$; по сему и $\alpha\beta$ перпендикулярна къ плоскости $\delta\epsilon\nu$.

181. Ежели оныѣ точки α прямая линия $\alpha\beta$, наклонной къ плоскости $\delta\epsilon$ (ф. 109) опускающъ перпендикулярную $\alpha\gamma$ на сию плоскость, и, соединивъ точки встрѣчи со плоскостію ν и β перпендикулярной и наклонной прямою $\nu\beta$, проведемъ къ послѣдней $\nu\beta$ перпендикулярную $\sigma\delta$ на плоскости $\delta\epsilon$, говорю, что $\alpha\beta$ будетъ также перпендикулярна къ $\sigma\delta$.

Оныѣ точки β , возьмемъ равныя части $\beta\gamma$, $\beta\delta$, и проведемъ прямая $\beta\gamma$ и $\beta\delta$; сн двѣ послѣднія линии будутъ равны между собою (29); слѣдовательно два треугольника $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta\delta$ будутъ равны; ибо, кромѣ того, что уголъ $\alpha\beta\gamma$ равенъ углу $\alpha\beta\delta$, поелику каждой изъ нихъ прямой, сторона $\alpha\beta$ есть общая и $\beta\gamma$ равна $\beta\delta$, по доказанному лишь теперь: по сему имѣютъ они равныя углы, содержимыя въ равныхъ сторонахъ едина по единой: слѣдовательно они и равны; по чему и $\alpha\delta$ равна $\alpha\gamma$; чего ради линия $\alpha\beta$ имѣетъ двѣ точки α и β равноотстоящія отъ точекъ γ и δ ; по сему она и перпендикулярна къ $\sigma\delta$ (32).

182. Плоскость говорится перпендикулярна къ другой плоскости, тогда она не наклоняется ни на ту ни на другую сторону сего послѣднія.

183. По сему, чрезъ шуже линсю $\sigma\delta$ (ф. 110) взяшую на какой либо плоскости $\delta\epsilon$, не можно провести больше одной плоскости перпендикулярной къ сей плоскости $\delta\epsilon$.

184. Плоскості ск перпендикулярна кѣ другой плоскости де, когда она проходитъ чрезъ прямую ав перпендикулярную кѣ сей другой. Ибо очевидно, что она не можетъ наклоняться ни на которую сторону сея плоскости де.

185. Если чрезъ точку а, взяшую на плоскости ск перпендикулярной кѣ плоскости де, проведемъ ав перпендикулярную кѣ общему сѣченію сд, сія линия будетъ также перпендикулярна кѣ плоскости де.

Ибо если она не перпендикулярна, изъ точки в, гдѣ она падаетъ, можно бы было возсавить перпендикулярную кѣ плоскости де, и провести чрезъ сей перпендикуляръ и чрезъ общее сѣченіе сд плоскость, коя была бы перпендикулярна кѣ плоскости де (184). Слѣдовательно, чрезъ ту же линию сд, взяшую на плоскости де, можно провести двѣ плоскости перпендикулярныя кѣ плоскости де, что невозможно (183). По сему ав перпендикулярна кѣ плоскости де.

186. Чего ради, когда плоскость ск перпендикулярна кѣ плоскости де, перпендикуляръ ав, возсавленный кѣ плоскости де изъ точки в, общаго сѣченія сихъ плоскостей, будетъ necessarily на плоскости ск.

Изъ сего предложенія слѣдуетъ, что двѣ перпендикулярныя ва, лм кѣ той же плоскости де, суть параллельны.

Ибо, если бы соединили встрѣчи ихъ съ плоскостію, т. е. точки в и л линією вл, и чрезъ сію линією и чрезъ ав проведемъ плоскость ск, сія плоскость будетъ перпендикулярна кѣ плоскости де (184); и понеже лм проведенная отъ точки л плоскости ск перпендикулярна кѣ плоскости де, по сему будетъ она на плоскости ск (186); и такъ, посліку двѣ линіи ав, лм суть обѣ на той же плоскости и перпендикулярны кѣ той же линіи вл, суть онѣ параллельны (36 и 37).

187. По сему, ежели двѣ прямыя ав, сд (ф. 112) параллельны кѣ тойже шрещей нг, будущъ онѣ также параллельны и между собою: ибо лини ав, нг, будучи параллельны, могутъ быти обѣ перпендикулярны кѣ тойже плоскости ге; для тойже причины сд и нг могутъ быти перпендикулярны кѣ тойже плоскости ге: сдѣдовашельно ав и сд, будучи перпендикулярны кѣ тойже плоскости, будутъ параллельны.

188. Ежели двѣ плоскости ск, нл взаимно пересѣкающіяся (ф. 111) суть перпендикулярны кѣ шрещей ге, общее ихъ сѣченіе ав будетъ также перпендикулярно кѣ плоскости ге.

Ибо перпендикулярѣ, возставленный изъ точки в кѣ плоскости ге, долженъ находится на каждой изъ сихъ двухъ плоскостей (186); по сему онѣ не можетъ быти другой какъ общее сѣченіе сихъ плоскостей.

189. Уголъ плоскостей называютъ отверстіе двухъ плоскостей гф, ге (ф. 113), встрѣчающихся взаимно. Сей уголъ называютъ также наклоненіемъ одной плоскости кѣ другой.

Уголъ плоскостей, сдѣланный двумя плоскостями гф, ге есть не иное что, какъ количество, на которое плоскость гф должна бы была обратиться около аг, дабы припсти въ настоящее ея положеніе, ежелибъ напередъ лежала на плоскости ге.

190. Отсюда удобно видѣть можно, что естьли чрезъ точку в, взяшую на общемъ сѣченіи аг, проведешь на плоскости ге перпендикулярную во кѣ га, а на плоскости гф проведешь вс перпендикулярную кѣ тойже аг, уголъ составленный сими двумя плоскостями есть тоже, что уголъ сдѣланный двумя линиями вк и вс: ибо удобно видѣть можно, что во время обращенія плоскости

GF, линия вс опходитъ онѣ линии вD, на коей она лежала при началѣ движенія; опходитъ, говорю, онѣ вD, точно по тому же закону, по коему плоскостъ GF опходитъ онѣ плоскости GE.

191. По сему, уголъ плоскостей имѣетъ ту же мѣру, что и прямолинейный уголъ, содержаемый въ двухъ прямыхъ, проведенныхъ на каждой изъ двухъ плоскостей его соприкасающихся, перпендикулярно къ общему сѣченію и изъ той же точки онаго.

Опсюду столь удобно вывести слѣдующія предложенія, что довольно будетъ для насъ упомянуть только объ оныхъ.

192. Плоскостъ, належащая на другую плоскостъ, дѣлаетъ два угла, кои взятыя вмѣстѣ, равны 180° .

193. Углы соприкасающиеся какимъ нибудь числомъ плоскостей проходящихъ чрезъ ту же прямую, сходящую на плоскости, равны 360° .

194. Двѣ плоскости взаимно пересѣкающіяся, дѣлающъ противоположащіе при вершинѣ углы равные.

195. Параллельныя плоскости называются тѣ, кои, какъ бы далеко продолжены ни были, никогда не встрѣчаются.

196. Параллельныя убо плоскости суть въ равномъ вездѣ разстояніи одна онѣ другой.

197. Если двѣ параллельныя плоскости пересѣчены шренією (ф. 114), общія ихъ сѣченія АВ, СD, будутъ двѣ прямыя параллельныя: ибо, какъ онѣ находятся на той же плоскости АВСD, не могли бы онѣ не встрѣтяться, еслибы не были параллельны; тогда очевидно и самыя плоскости такъ же бы встрѣтились.

198. Двѣ параллельныя плоскости, пересѣченныя шрепшею, имѣющѣ шѣже свойства въ разсужденіи угловъ сосѣдаваемыхъ ими съ сею шрепшею, кои и двѣ параллельныя прямыя, въ разсужденіи шрепшей прямой, коя ихъ пересѣкаетъ. Сіе есть послѣдствіе сказаннаго въ (191).

О свойствахъ прямыхъ линей сѣкомыхъ параллельными плоскостями.

199. Ежели отъ точки j , взяшой внѣ плоскости ge , (ф. 115) будущѣ проведенны къ разнымъ точкамъ k, l, m , сея плоскости прямыя jk, jl, jm , и сіи прямыя будущѣ пересѣчены плоскостію ge , параллельною къ плоскости ge ; говорю, 1^o с, что сіи прямыя будутъ разсѣчены пропорціонально; 2^o с, что фигура klm будетъ подобна фигурѣ klm .

Положимъ напередъ только три точки k, l, m . Понеже прямыя kl, lm, mk суть сѣченія плоскостей jkl, jlm, jkm съ плоскостію ge , онѣ суть параллельныя прямымъ kl, lm, mk , сѣченіямъ шѣхъ же плоскостей съ плоскостію ge (197); по сему шреугольники jkl, jlm, jmk подобны шреугольникамъ kl, lm, mk , каждый каждому; слѣдовательно $jk : jk :: kl : kl :: jl : jl :: lm : lm :: jm : jm :: mk : mk$; и такъ, 1^o с, ежели изъ сихъ равныхъ содержаній возмешь только шѣ, кои заключающѣ въ себѣ прямыя, исходящія изъ точки j , будетъ, какъ $jk : jk :: jl : jl :: jm : jm$; чего ради прямыя jk, jl, jm разсѣчены пропорціонально.

2^o с. Ежели изъ шѣхъ же первыхъ равныхъ содержаній возмешь шѣ, кои заключающѣ въ себѣ линей, содержимыя въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ, будетъ $kl : kl :: lm : lm :: km : km$; по

сему два треугольника $к\lambda м$, $к\lambda m$ суть подобны, понеже ихъ стороны пропорціональны:

Положимъ теперь какое угодно число точекъ $а, в, с, d, е$ и проч. точно такимъ же образомъ докажемъ, что прямыя $ja, jв, jc$ и проч. разсѣчены пропорціонально; и ежели представишь діагонали $ас, ад$ и проч. $ас, ад$ и проч. проведенныя отъ двухъ соотвѣствующихъ угловъ $а$ и $а$, можно доказать также и тѣмъ же образомъ, что треугольники $авс, асd$ и проч. подобны треугольникамъ $авс, асd$ и проч. каждый каждому; посему два многоугольника $авсde, авсdf$, составленные изъ того же числа подобныхъ треугольниковъ каждый каждому и подобно положенныхъ, суть подобны (133).

200. Понеже двѣ фигуры $к\lambda м$, $к\lambda m$ подобны, заключимъ изъ сего, что уголъ $к\lambda м$ равенъ углу $к\lambda m$; и слѣдственно, ежели двѣ прямыя $к\lambda, \lambda м$, содержащія уголъ $к\lambda м$, параллельны двумъ прямымъ $к\lambda, \lambda m$, содержащимъ уголъ $к\lambda m$, уголъ $к\lambda м$ будетъ равенъ углу $к\lambda m$, хотя сѣи два угла и не будутъ на той же плоскости. Мы уже сообщили сѣ самое предложеніе (43); но тамъ подлагали, что сѣи два угла были на той же плоскости.

201. Слѣдуетъ еще изъ подобія двухъ фигуръ $авсde$ и $авсdf$, и изъ подобія двухъ фигуръ $к\lambda м$, $к\lambda m$, что площади двухъ сѣченій $авсdf, к\lambda m$ суть между собою, какъ площади двухъ фигуръ $авсde, к\lambda м$.

Ибо $авсde:авсdf::ав^2:ав^2$ (161). Но въ подобныхъ треугольникахъ jav, jab ,
 $ав:ав::ja:ja$.

И слѣдственно (Ариѳ. 191):: $ав^2:ав^2::ja^2:ja^2$, или (199):: $jm^2:jm^2$, или (по причинѣ подобныхъ треугольниковъ $jм\lambda, jм\lambda$):: $\lambda м^2:\lambda м^2$; и посему (161):: $к\lambda м:к\lambda m$; чего ради $авсde:авсdf::к\lambda м:к\lambda m$, или (Ариѳ. 182) $авсde:к\lambda м::авсdf:к\lambda m$.

202. Сіе доказательство показываетъ въ тожѣ время, что площади $авсdf$, $abcdf$ суть между собою, какъ квадраты двухъ прямыхъ ja и ja , проведенныхъ отъ точки j къ двумъ соприкасающимся точкамъ $сх$ двухъ фигуръ, и слѣдовательно (199) какъ квадраты высотъ или перпендикуляровъ jr, jr , проведенныхъ отъ точки j къ плоскостямъ ge и ge .

Заключимъ же, т. е. что если двѣ поверхности $авсdf$, klm равны, и двѣ поверхности $abcdf$, klm будутъ также равны.

2. е. Что все лишь теперь нами сказанное будетъ и тогда справедливо, когда точка j и не будетъ общая прямыхъ $ja, jв, jc$ и проч. и прямыхъ $jm, jл$, и проч. а каждая фигура имѣетъ точки особо, только чтобы онѣ были въ тойже высотѣ надъ плоскостію ge .

ОТДѢЛЪ ТРЕТІЙ.

О тѣлахъ.

203. Назвали мы тѣломъ (1) все то, что имѣетъ три просяженія: длину, ширину и толщину.

Теперь намѣрены показать о мѣрѣ и содержаніи тѣлъ.

Мы будемъ разсуждать о тѣлахъ ограниченныхъ плоскими поверхностями: изъ ограниченныхъ же кривыми поверхностями примемъ въ разсужденіе только цилиндръ, конусъ и шаръ.

Тѣла, ограниченные плоскими поверхностями, различающіяся вообще числомъ и фигурою плоскостей ихъ заключающихъ: сіи плоскости должны быть числомъ не меньше четырехъ.

204. Тѣло, коего сопротивныя плоскости равны и параллельны, и коего всѣ другія плоскости

параллелограммы, называется вообще призмою. Смори фигуры 116, 117, 118, 119.

И такъ можно сморѣшь на призму, какъ на произведенную движеніемъ плоскости вдр, коя будетъ подвигаться по прямой лини ав сама себѣ параллельно (ф. 116).

Двѣ параллельныя плоскости называются основаніями призмы, а перпендикулярная имъ, проведенная отъ шочки одного изъ основаній къ другому, называется вышиною.

Изъ понятія предложеннаго нами о призмѣ, слѣдуетъ, что въ какомъ бы мѣстѣ призму ни разсѣкли плоскостію параллельною ея основанію, оное сѣченіе будетъ всегда плоскость, совершенно равная основанію.

Таковыя лини какъ ва, кои суть встрѣчи двухъ смѣжныхъ параллелограммовъ, называются надстоящими прямыми призмами.

Прямая призма называется, когда сѣи надстоящія перпендикулярны къ основанію; и тогда всѣ они равны вышиѣ; смори фигуры 117 и 119. Напротивъ того называютъ наклонною, когда надстоящія наклоняются къ основанію.

Призмы различаются по числу сторонъ ихъ основаній; естли основаніе треугольникъ, называютъ призмою треугольною (ф. 116); естли чешыреугольникъ, чешыреугольною (ф. 117), и такъ далѣе.

Между чешыреугольными призмами особливо отличаютъ параллелепипедъ и кубъ.

Параллелепипедъ есть призма чешыреугольная, коего основанія, слѣдственно и всѣ плоскости суть параллелограммы; и когда параллелограммъ, служащій основаніемъ, есть прямоугольникъ и въ тожъ время призма прямая, называется тогда параллелепипедомъ прямоугольнымъ. Смори ф. 117.

Прямоугольный параллелепипедъ принимаетъ названіе куба, когда основаніе его квадратъ, и надстоящая его АВ (ф. 119) равна сперонъ онаго квадрата.

И по сему кубъ есть тѣло содержимое въ шести равныхъ квадратахъ. Симъ-же тѣломъ измѣряются всѣ другія тѣла, какъ вскорѣ мы о семъ и увидимъ.

205. Цилиндръ есть тѣло содержимое между двумя кругами равными и параллельными, и въ поверхности, кою назначитъ прямая АВ, (ф. 120 и 121), двигаяся сама себѣ параллельно, по двумъ окружностямъ. Цилиндръ бываетъ прямой, когда линия СГ (ф. 120), соединяющая центры двухъ сопротивныхъ основаній, перпендикулярна къ симъ кругамъ: сія линия СГ называется ось цилиндра. Наклонный же цилиндръ есть тотъ, когда сія самая линия СГ наклоняется къ основанію.

На прямой цилиндръ можно смотрѣть, какъ на произведенной движеніемъ прямоугольника ГСДЕ, обращающагося около одной своей стороны СГ.

206. Пирамида есть тѣло содержимое между многими плоскостями, изъ коихъ одна, называемая основаніемъ, есть какой либо многоугольникъ; другія же, треугольники, имѣющіе стороны сего многоугольника основаніями, и всѣ свои вершины соединенныя въ одной точкѣ, кою называемъ вершиною пирамиды. Смори ф. 122, 123, 124.

Перпендикуляръ АМ, проведенной отъ вершины на плоскость, служащую основаніемъ, называется вышиною пирамиды.

Пирамиды различаются числомъ сторонъ ихъ основаній; такъ что у коей основаніе треугольникъ, называется треугольною пирамидою, а имѣющая основаніе четырехугольникъ, четырехугольною, и такъ далѣе.

Правильною пирамидою называютъ, когда многоугольникъ, служащій ей основаніемъ, есть правильный, и еслили въ тоже время перпендикуляръ $ам$ (ф. 124), проведенный отъ вершины, проходитъ чрезъ центръ сего многоугольника.

Перпендикуляръ $ас$, проведенный отъ вершины $а$, на одну изъ сторонъ основанія, называется апофемою или высотой бока.

Явствуетъ, что все треугольники, кои смыкаются въ точку $а$, суть равные и равнобедренные: ибо все ихъ основанія равны и надстоящія $ав$, $ас$, $ад$ и проч. также равны, понеже все сіи наклонныя равно отстоятъ отъ перпендикуляра $ам$ (29).

Не менше очевидно, что все высоты боковъ суть равны.

207. Конусъ (ф. 125 и 126) есть тѣло, содержимое въ круглой плоскости $вдгн$, называемой основаніемъ конуса, и въ поверхности, кою назначитъ линия $ав$, утвержденная въ точку $а$, обращаясь около окружности круга $вдгн$.

Точка $а$ называется вершиною конуса.

Перпендикуляръ, проведенный отъ вершины на плоскость основанія, называется высотой конуса; и конусъ бываетъ прямой, когда сей перпендикуляръ проходитъ чрезъ центръ круга основанія (ф. 125); наклонной же, когда не проходитъ (ф. 126).

Можно представить прямой конусъ, какъ произведенной обращеніемъ прямоугольнаго треугольника $асд$ (ф. 125) около своей стороны $ас$.

208. Шаръ есть тѣло опредѣленное со всехъ сторонъ такою поверхностію, кою все точки равно отстоятъ отъ одной и тойже точки.

Можно смотрѣть на шаръ, какъ на тѣло, произшедшее отъ обращенія полукруга $авд$ (ф. 128) около своего діаметра $ад$.

Явствуемъ, что всякое сѣченіе шара плоскостію есть кругъ. Если сѣя плоскость проходитъ чрезъ центръ его, сное сѣченіе называется великимъ кругомъ шара. Всякій другій кругъ, кося плоскость не проходитъ чрезъ центръ шара, называется малымъ кругомъ.

Секторъ шара есть тѣло, произшедшее отъ обращенія сектора круга вса около радіуса ас. Поверхность, кою опишетъ дуга ав вб семъ обращеніи, называется выпуклостію сектора шара.

Сегментъ шара есть тѣло, производимое обращеніемъ полусегмента круга афв около части радіуса аф.

О тѣлахъ подобныхъ.

209. Подобныя тѣла суть тѣ, кои составлены изъ того же числа подобныхъ плоскостей каждая каждой и подобно положенныхъ въ сихъ двухъ тѣлахъ.

210. Надстоящія линии сходственные и вершины толстыхъ угловъ сходственныхъ, суть по сему линии и точки подобно положенныя въ двухъ тѣлахъ: ибо сходственные надстоящія линии и вершины толстыхъ угловъ сходственныхъ, суть линии и точки подобно положенныя въ отношеніи къ плоскостямъ, коимъ онѣ принадлежатъ, поелику сѣи плоскости полагаются подобными; и какъ сѣи плоскости суть подобно положенныя въ двухъ тѣлахъ; слѣдовательно, и проч.

211. По сему треугольники, соединяющіе толстый уголъ и концы сходственной надстоящей линии въ каждомъ тѣлѣ, суть двѣ фигуры подобныя и подобно положенныя въ двухъ тѣлахъ: ибо концы сходственныхъ над-

стоящихъ суть сами вершины сходственныхъ толстыхъ угловъ, кои подобно положены въ разсужденіи шѣлъ (210).

212. Діагонали, соединяющіе два сходственные толстые угла, суть по сему между собою, какъ сходственные надстоящіе сихъ шѣлъ: ибо онѣ суть стороны подобныхъ треугольниковъ, о коихъ лишь говорили, и кои имѣютъ одною изъ ихъ сторонъ, сходственные надстоящіе.

По сему два подобныя шѣла могутъ быть раздѣлены плоскостями проведенными чрезъ два сходственные угла и чрезъ двѣ сходственные надстоящія на тоже число пирамидъ, подобныхъ каждая каждой; ибо плоскости сихъ пирамидъ будутъ составлены изъ треугольниковъ подобныхъ и подобно положенныхъ въ сихъ двухъ шѣлахъ (211); и основанія сихъ самыхъ пирамидъ будутъ также подобны, по тому что онѣ подобныя плоскости двухъ шѣлъ; по сему (209) сїи пирамиды будутъ подобны.

213. Если изъ двухъ сходственныхъ угловъ будутъ опущены перпендикуляры на двѣ сходственные плоскости, сїи перпендикуляры будутъ между собою въ содержаніи двухъ какихъ либо сходственныхъ надстоящихъ.

Ибо два сходственные угла, будучи подобно положены въ разсужденіи двухъ сходственныхъ плоскостей (210), должны необходимо быть въ такихъ разстояніяхъ отъ сихъ плоскостей, кои бы были между собою въ содержаніи сходственныхъ измѣреній двухъ шѣлъ.

О мѣрѣ поверхностей шѣлъ.

214. Когда поверхности призмъ и пирамидъ состоятъ изъ параллелограммовъ, треугольниковъ и многоугольниковъ прямолинейныхъ, мы

бы могли здѣсь и не говорить о способѣ, какъ должно ихъ измѣрять, понеже въ (145, 147, 149) мы уже показали средство измѣрять части, изъ коихъ онѣ состоятъ. Но изъ сказаннаго нами о семъ предметѣ можно будетъ вывести нѣкоторыя послѣдствія, кои не только послу- жатъ къ облегченію дѣйствій, потребныхъ для сихъ измѣреній, но будутъ еще намъ полезны для сысканія поверхностей цилиндровъ, конусовъ и самого шара.

215. Поверхность какой либо призмы, безъ двухъ основаній, равна произведенію одной изъ надстоящихъ сея призмы на об- мѣръ сѣченія $bdfhk$ (ф. 118), сдѣланнаго пло- скостію, къ коей сія надстоящая будетъ перпендикулярна.

Ибо, когда надстоящая $ав$ полагается пер- пендикулярна къ плоскости $bdfhk$, прочія над- стоящія будучи съ параллельны, будутъ также перпендикулярны къ плоскости $bdfhk$; почему и взаимно прямые bd , df , fh , hk и проч. бу- дутъ перпендикулярны каждая къ той надстоя- щей, кою она пересѣкаетъ; когдаже примемъ сіи надстоящія за основанія параллелограммовъ, кои окружаютъ призму, линіи bd , df , fh будутъ ихъ высоты. Чего ради должно будетъ для сыс- канія поверхности призмы умножить только надстоящую $ав$ перпендикуляромъ bd ; надсто- ящую $св$, перпендикуляромъ df , и такъ далѣе; потомъ сложишь всѣ сіи произведенія: но какъ всѣ надстоящія равны, очевидно, что сіе будетъ то же, когда умножишь одну $ав$ на сумму всѣхъ высотъ, т. е. на обмѣръ $bdfhk$.

216. Когда призма прямая, сѣченіе $bdfhk$ не различествуетъ отъ основанія $вгѣнк$, и надстоящая $ав$ есть тогда высота призмы; по сему поверхность прямой призмы (безъ

двухъ основаній) равна произведенію обмѣра основанія, умноженнаго высокою.

217. Выше мы видѣли (136), что кругъ можно взять за правильной многоугольникъ о безчисленныхъ сторонахъ; почему и цилиндръ можно взять за призму, коея число параллелограммовъ, составляющихъ поверхность, будетъ безконечное. Слѣдовательно,

Поверхность прямого цилиндра равна произведенію высоты сего цилиндра на окружность основанія.

Видѣли мы въ (152), какимъ образомъ должно искать сію окружность.

Чтожь касается до наклоннаго цилиндра, должно умножить длину его а в на окружность сѣченія $bdgh$ (ф. 121), сіе сѣченіе должно быть сдѣлано такъ, какъ сказано было (215). Способъ для опредѣленія длины сего сѣченія зависитъ отъ большихъ познаній, нежели мы по сихъ поръ сообщали; въ практикѣ должно довольствоваться механическимъ измѣреніемъ, обводя цилиндръ ниткою (или чѣмъ либо подобнымъ сему), кою должно прикрѣпить къ плоскости, къ которой бы длина а в сего цилиндра была перпендикулярна.

218. Для пирамиды, естли она неправильная, должно раздѣльно искать площадь каждаго изъ треугольниковъ ее обѣмлющихъ, и потомъ сложить сіи площади.

Но ежели она правильная, можно поверхность ея сыскать короче, чрезъ умноженіе обмѣра ея основанія на половину высоты ея бока (ф. 124): ибо когда всѣ треугольники тойже высоты, доваѣстъ помножить половину общей высоты на сумму всѣхъ основаній.

219. Принимая еще окружность круга за правильной многоугольникъ о безчисленныхъ сторонахъ, можемъ конусъ взять за правильную

пирамиду, коея поверхность (безъ основанія) со-
составлена изъ безчисленнаго множества треуголь-
никовъ, и по сему, выпуклая поверхность
прямаго конуса равна произведенію окру-
жности основанія на половину стороны а в
сего конуса (ф. 125).

Что касается до поверхности наклон-
наго конуса, сысканіе ея зависить отъ вышней
Геометріи. Чего для и говорить здѣсь объ оной
не будемъ. Въ прочемъ образъ нашего разсужде-
нія о конусѣ доставляетъ средство измѣрять его
близко къ точности, когда онъ и наклонный,
должно раздѣлять окружность основанія на до-
вольно великое число дугъ такъ, чтобъ на каж-
дую изъ нихъ можно было смотрѣть, безъ ощу-
пительной погрѣшности, какъ на прямую линію;
и тогда вычислишь поверхность его, какъ пира-
миды, имѣющей столько треугольниковъ, сколько
дугъ.

220. Дабы сыскать поверхность опрѣ-
заннаго прямаго конуса, коего сопротивныя
основанія $abcd$, $bcdh$ (ф. 127) параллельны,
должно умножить сторону всего опрѣзан-
наго конуса половиною суммы окружности
двухъ сопротивныхъ основаній.

Самымъ дѣломъ, можно представить сію по-
верхность, какъ составленную изъ безчисленнаго
множества такихъ трапезій, какъ $efge$, коея
стороны ee , ef простирающіяся къ вершинѣ a ;
а какъ площадь каждой изъ сихъ трапезій равна
половинѣ суммы двухъ сопротивныхъ основаній
 ef , ef , умноженной разстояніемъ сихъ двухъ
основаній (148); но сіе разстояніе не различе-
ствуется отъ сторонъ ee , ef или ef ; по сему,
дабы имѣть сумму всѣхъ сихъ трапезій, должно
умножить полсуммы всѣхъ сопротивныхъ осно-
ваній, каковы суть ef , ef , то есть полсуммы

двухъ окружностей, линесю $вб$, коя есть общая высота всѣхъ сихъ трапезій.

221. Ежели чрезъ средину $м$ стороны $вб$, проведемъ плоскость, параллельную къ основанію, сѣченіе (199) будетъ кругъ, коего окружность будетъ половина суммы окружностей двухъ супротивныхъ основаній, понеже діаметръ $мн$ (148) есть половина суммы діаметровъ основаній; а сіи окружности (136) суть между собою, какъ ихъ діаметры. Слѣдовательно поверхность ошрѣзаннаго конуса, у коего основанія параллельны, равна произведенію стороны сего ошрѣзаннаго конуса на окружность сѣченія сдѣланнаго въ равномъ разстояніи отъ двухъ супротивныхъ основаній. Сіе предложеніе послужитъ намъ для доказанія слѣдующаго:

222. Поверхность шара равна произведенію окружности одного изъ великихъ круговъ, умноженной діаметромъ.

Представъ полуокружность $аев$ (ф. 129), раздѣленною на безчисленное множество дугъ; каждая изъ дугъ, какъ $кл$, будучи сама малѣйшая, не будетъ различна отъ своей хорды.

Проведемъ отъ концовъ дуги $кл$ перпендикуляры $ке$, $лг$ къ діаметру $ад$; и чрезъ средину $і$ дуги $кл$ или ея хорды проведемъ $ін$, параллельную къ $ке$, и радіусъ $іс$; сей радіусъ будетъ перпендикуляренъ къ $кл$ (52); проведемъ на концѣ $км$ перпендикулярную къ $ін$ или къ $лг$. Еслили представимъ, что полуокружность $акв$ оборотится около $ад$, она произведетъ поверхность шара, и каждая изъ ея дугъ, какъ $кл$, произведетъ поверхность ошрѣзаннаго конуса, коя будетъ одна изъ поясовъ поверхности шара. Мы покажемъ, что оная поверхность сего ошрѣзаннаго конуса равна произведенію линии $км$ или $ег$ умноженной окружностію, коея радіусъ есть $іс$ или $ас$.

Треугольникъ $кмл$ подобенъ треугольнику $јнс$, понеже сїи два треугольника имѣютъ стороны перпендикулярныя одна къ другой по предписанному. Почему сїи подобные треугольники дадутъ (111) сїю пропорцію: $кл : км :: јс : јн$, или (послику (136) окружности круговъ суть между собою какъ ихъ радіусы) $кл : км :: \text{окр. } јс : \text{окр. } јн$; * слѣдовательно, когда (Ариѳ. 178) во всякой пропорціи произведеніе крайнихъ равно произведенію среднихъ, $кл \times \text{окр. } јн$ равно $км \times \text{окр. } јс$, или (что все то же) равно $еф \times \text{окр. } ас$. И такъ (221) первое изъ сихъ произведеній означаетъ поверхность ошрѣзаннаго конуса, произведеннаго линією $кл$; по сему сей ошрѣзанной конусъ равенъ $еф \times \text{окр. } ас$, т. е. произведенію его высоты $еф$ на окружность великаго круга шара. И посліку взявъ всякую другую дугу, какъ $кл$, докажемъ то же и шѣмъ же образомъ, должно заключить, что сумма малыхъ ошрѣзанныхъ конусовъ, составляющихъ поверхность шара, равна окружности одного великаго круга, умноженной суммою высотъ сихъ ошрѣзанныхъ конусовъ, коя сумма явно составляетъ діаметръ шара. Слѣдовательно поверхность шара равна окружности одного великаго круга умноженной діаметромъ.

223. Ежели представимъ цилиндръ (ф. 130), заключающій въ себѣ шаръ, и прикасающійся къ оному, коіюрой бы имѣлъ высоту діаметръ сего шара; т. е. ежели представимъ цилиндръ, описанный около шара, то можемъ заключить, что поверхность шара равна выпуклой поверхности цилиндра описаннаго; ибо (217) поверхность сего цилиндра равна произведенію окру-

* чрезъ сїе выраженіе $\text{окр. } ІС$, $\text{окр. } ІН$ мы разумѣемъ окружность, коя радіусъ есть $ІС$, и окружность, коя радіусъ есть $ІН$.

жности основанія, умноженной вышюю; и такъ окружность основанія есть окружность великаго круга шара, а высота равна діаметру; чего ради, и проч.

224. Понесже для сысканія площади круга (151), должно умножить его окружность на половину радіуса или на четверть діаметра, а для сысканія поверхности шара, должно умножить окружность діаметромъ, можемъ по сему сказать, что поверхность шара есть чешырекрашна площади великаго круга.

225. Доказательство, данное нами на измѣреніе поверхности шара, также утверждаетъ, что для сысканія выпуклой поверхности сегмента или отсѣка шара, произведеннаго дугою AL (ф. 131), обращающеюся около діаметра AD , должно умножить окружность великаго круга шара на высоту AJ сего отсѣка; и что, для сысканія поверхности пояса шара, содержимой между двумя параллельными плоскостями $шаквьмт$, какъ $лкм$, $нпр$, должно такимъ же образомъ умножить окружность великаго круга шара, на высоту $ю$ сего пояса шара. Изъ можно разсуждать о ихъ поверхностяхъ какъ и о выпуклой поверхности шара, т. е. какъ составленныхъ изъ безчисленнаго множества отсѣзанныхъ конусовъ, изъ которыхъ каждой равенъ произведенію окружности великаго круга шара на его высоту.

О содержаніяхъ поверхностей шѣлъ.

226. Если два шѣла, коихъ потребно сравнить поверхности, ограничены неподобными и неправильными плоскостями, не иначе поступить можемъ, для сысканія содержанія ихъ поверхностей, какъ вычислить каждую поверхность

опдѣльно въ мѣрахъ однородныхъ, и сравнить число мѣръ одной съ числомъ мѣръ другой, т. е. на прим. число квадратныхъ футовъ одной съ числомъ квадратныхъ футовъ другой.

227. Поверхности призмъ, (безъ оснований) суть между собою, какъ произведенія долгошъ сихъ призмъ на обмѣръ сѣченія, сдѣланнаго перпендикулярно къ сей долгошѣ.

Ибо сѣи поверхности равны симъ произведеніямъ (215).

228. По сему, ежели долгошъ суть равны, поверхности призмъ будутъ между собою, какъ обмѣры сѣченія, сдѣланнаго перпендикулярно къ долгошѣ каждаго. Ибо содержаніе произведеній долгошъ на обмѣръ сего сѣченія не перемѣнится, естли и оставимъ въ каждомъ изъ сихъ произведеній долгошу, коя есть общій сомножитель.

229. По сему поверхности прямыхъ призмъ или прямыхъ цилиндровъ тойже высошъ, суть между собою, какъ обмѣры оснований, какой бы фигуры сверхъ сего сѣи основанія ни были.

И ежели на прошивъ того, обмѣры основанийъ суть шѣже, а высошъ разныя, сѣи поверхности будутъ, какъ ихъ высошъ.

230. Поверхности прямыхъ конусовъ суть между собою, какъ произведенія споронъ сихъ конусовъ на окружности основанийъ или на радіусы или діаметры сихъ основанийъ.

Ибо каждая изъ сихъ поверхностей, будучи равна произведенію окружности основанія на половину спороны конуса (219), должна быть къ другой въ томъ же содержаніи съ сими произведеніями, и слѣдственно какъ дважды сѣи произведенія. Сверхъ сего, послику окружности содержащяся между собою, какъ ихъ радіусы или ихъ

діаметры, можемъ вставитьъ въ сїи произведенія (99) содержаніе радіусовъ или діаметровъ вмѣсто окружностей.

231. Поверхности подобныхъ тѣлъ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ линей.

Ибо онѣ составлены изъ подобныхъ плоскостей, коихъ площади суть между собою, какъ квадраты ихъ сторонъ или сходственныхъ линей, кои линей суть сходственные линей и тѣла, и пропорціональны онѣ всѣмъ другимъ сходственнымъ линейамъ.

232. Поверхности двухъ шаровъ суть между собою, какъ квадраты ихъ радіусовъ или діаметровъ. Ибо когда поверхность одного шара чetyрекрапна площади свего великаго круга; то поверхности двухъ шаровъ должны быть между собою, какъ чetyрежды ихъ великіе круги, или просто, какъ ихъ великіе круги; т. е. (162) какъ квадраты радіусовъ или діаметровъ.

О толстошѣ призьмы.

233. Дабы утвердить понятія о томъ, что надобно разумѣть подѣ толстою тѣла, должно себѣ представить мысленно часть протяженія въ таковомъ видѣ, въ какомъ угодно, на примѣръ въ видѣ куба, но вмѣющаго чрезмѣрно мало длины, ширины и толщины, и вообразить, что вмѣстительность тѣла со всею наполнена таковыми же кубами, кои назовемъ толстыми шочками, сумма сихъ шочекъ составляетъ то, что мы разумѣемъ чрезъ толстошю тѣла.

234. Двѣ призьмы или два цилиндра, или одна призьма и одинъ цилиндръ того же основанія и той же высоты или равныхъ основаній и равныхъ высотъ суть равны толстошю, какихъ бы различныхъ фигуръ при шомъ ихъ основанія ни были.

Ибо, ежели представимъ сѣи тѣла расчѣченными плоскостями параллельными ихъ основаніямъ на самотончайшіе слои, толщиною равною толстымъ точкамъ, кѣмъ, можно вообразить, сѣи тѣла наполнены, очевидно, что, въ каждомъ тѣлѣ, когда каждое сѣченіе равно основанію (204), число толстыхъ точекъ, изъ коихъ каждой слой будетъ составленъ, будетъ вездѣ тоже, и равное числу точекъ на поверхности основанія: и какъ полагаемъ тужъ высоту у сихъ двухъ тѣлъ, каждое изъ нихъ будетъ имѣть тоже число слоевъ; и посему онѣ будутъ содержать въ суммѣ тоже число толстыхъ точекъ; чего ради равны онѣ и толстою.

О измѣреніи толстоу призмъ и цилиндровъ.

235. Разсужденіе о толстыхъ точкахъ, кои мы лишь ввели во употребленіе, особенно полезно тогда, когда для доказанія равенства двухъ тѣлъ, должны будемъ разсуждать о сихъ тѣлахъ въ самыхъ ихъ стихіяхъ, раздробляя ихъ на слои самотончайшія; мы будемъ имѣть и еще случай разсуждать о нихъ такимъ же образомъ. Но когда желаютъ измѣрять вмѣстительность или толстоу тѣлъ для обыкновенныхъ употребленій, доходящъ до сего не изысканіемъ выкладокъ числа ихъ толстыхъ точекъ; ибо ясно видѣть можно, что во всякомъ тѣлѣ таковыхъ точекъ находится безчисленное множество.

Что же мы дѣлаемъ самую вещь, когда измѣряемъ толстоу тѣлъ? Ищемъ опредѣлить сколько разъ сѣе тѣло содержитъ въ себѣ другое извѣстное. На прим. когда желаемъ измѣрить параллелепедъ прямоугольный авсдеген (ф. 132),

тогда имѣемъ за предмѣтъ узнать, сколько сей параллелепипеда содержитъ въ себѣ такихъ кубовъ, какъ извѣстной кубъ x ; и обыкновенно толстошны шѣль измѣряемы бывающѣ кубическою мѣрою.

Для сысканія толстошны прямоугольнаго параллелепипеда $авсдеггн$, должно искать сколько его основаніе $еггн$ содержитъ въ себѣ такихъ квадратныхъ частей, какъ $efgh$; равнымъ образомъ искать сколько разъ высота $ан$ содержитъ въ себѣ высоту $аг$; и когда умножимъ число квадратныхъ частей основанія $еггн$ на число частей прямой $ан$, произведение покажетъ, сколько предложенный параллелепипедъ содержитъ въ себѣ такихъ кубовъ, какъ x ; то есть, сколько онъ содержитъ въ себѣ кубическихъ футовъ, или кубическихъ дюймовъ и проч. еслили сторона $аг$ куба x есть футъ или дюймъ.

Самымъ дѣломъ видимъ, что на поверхности $еггн$ можно помѣстить сколько такихъ кубовъ, какъ x , сколько квадратовъ $efgh$ въ основаніи $еггн$. Въ $еггн$ кубы составятъ параллелепипедъ, коего высота $нл$ будетъ равна $ан$; и такъ явствуется, что можно будетъ помѣстить въ шѣль $авсдеггн$ столько параллелепипедовъ такихъ, какъ сей, сколько разъ высота $нл$ будетъ содержаться въ $ан$; и по сему должно взять сей параллелепипедъ, или число кубовъ помѣщенныхъ на $еггн$ столько разъ, сколько частей въ $ан$; или послику число сихъ кубовъ есть то же, что и число квадратовъ, содержимыхъ въ основаніи, должно умножить сѣ число квадратовъ содержимыхъ въ основаніи, на число частей высоты, и произведение покажетъ число кубовъ содержимыхъ въ предложенномъ параллелепипедѣ.

236. Понеже доказано (234), что приемы равныхъ основаній и высотъ, равны и толсто-

тою, слѣдуетъ изъ сего предложенія, и изъ того, что мы лишь теперь сказали, что для сысканія числа кубическихъ мѣръ, кое заключала бы въ себѣ какая либо призма асегјквдгн (ф. 118), должно измѣрить ея основаніе квдгн квадратными мѣрами, а вышущу ея лм частями равными сторонѣ куба взятаго за мѣру, и умножать число квадратныхъ мѣръ, кое сыщутъ въ основаніи, на число линейныхъ мѣръ высоты, что обыкновенно выражающъ, говоря, толстоша какой либо призмы равна произведенію площади основанія на вышущу сея призмы.

Но и здѣсь мы должны примѣчать тоже, что мы дали замѣнить (145) при площадяхъ: какъ не можно сказать во всей строгости, что умножаемъ линейю на линейю, такъ нельзя сказать и того, что умножаемъ поверхность линейею. Сіе значитъ, какъ мы лишь видѣли, что шѣло (коего число кубовъ есть тоже, что и число квадратовъ основанія) должно столько разъ взять, сколько его высота содержишь въ вышѣ шѣлаго шѣла; ш. е. столько разъ, сколько оно находишь въ измѣряемомъ шѣлѣ.

237. Заключимъ изъ предвѣдущаго, что, дабы найши толстошу прямого цилиндра или наклоннаго, должно также умножить площадь основанія на вышущу сего цилиндра, понеже цилиндръ равенъ призмѣ того же сѣнимъ основанія и высоты (234).

О толстошѣ пирамидъ.

238. Припомнимъ, что было сказано (201); и приложивъ оное къ пирамидамъ, можемъ заключить изъ того, что ежели двѣ пирамиды јавсдг, јклм (ф. 115) тойже высоты будутъ разсѣчены поюже плоскостію ге, параллельною

плоскости ихъ основанія (*), сѣченія $abcdf, klm$ будутъ между собою въ содержаніи ихъ основаній $авсdf, klm$, чего ради будутъ и равны, когда сѣи основанія равны. Еслии представимъ опять сѣи пирамиды разсѣченными плоскостію параллельною плоскости ge , и очнь къ ней близко, очевидно, что сѣи два толстые слоя, содержимые между сими двумя плоскостями очень близкими одна къ другой, должны быть также между собою въ содержаніи основаній: ибо число толстыхъ точекъ потребныхъ для наполненія сихъ двухъ слоевъ равной толщины, зависить единственно отъ величины соотвѣтствующихъ сѣченій. Съ симъ подлогомъ, поелику двѣ пирамиды суть той же высоты, не можемъ представить чтобъ находилось больше слоевъ въ одной пирамидѣ, нежели въ другой. И такъ поелику соотвѣтствующіе слои, всегда въ содержаніи основаній; сумма сихъ слоевъ и слѣдственно толщина пирамидъ будутъ между собою, какъ ихъ основанія. Чего ради толщина двухъ пирамидъ той же высоты суть между собою, какъ основанія сихъ пирамидъ, и слѣдовательно пирамиды равныхъ основаній и равныхъ высотъ, равны толстотою, какихъ бы различныхъ фигуръ сверхъ сего основанія ихъ ни были.

Мѣра толстоты пирамидъ.

239. Понеже измѣрять тѣло есть не иное что, какъ сыскать сколько разъ содержишь оно въ себѣ другое извѣстное тѣло, или, вообще, сыскать, какое содержаніе имѣетъ оно къ другому извѣстному тѣлу; по сему, дабы быть въ состояніи измѣрять пирамиды, не оспасется намъ дру-

* Для бѣльшей простоты мы полагаемъ, что вершины сихъ пирамидъ находятся въ одной точкѣ въ основанія помѣщены на той же плоскости GE .

гаго, какъ сыскашь въ какомъ содержаніи онъ къ призмамъ, что мы и намѣрены основать въ слѣдующемъ предложеніи.

240. Всякая пирамида есть претъ призма, имѣющей съ нею тоже основаніе и ту же высоту.

Для утвержденія сего предложенія довольно будетъ показать, что треугольная пирамида есть претъ треугольной призмы, имѣющей тоже съ нею основаніе и ту же высоту; ибо вѣста можно представить призму, какъ составленную изъ столь многихъ треугольныхъ призмъ, и пирамиду, какъ составленную изъ столь многихъ треугольныхъ пирамидъ, сколько можно представить треугольниковъ во многоугольникъ, служащемъ основаніемъ одной и другой. Смори ф. 118.

Какимъ же образомъ можно убѣдить себя въ истиннѣ предложенія о треугольной пирамидѣ, снѣй естѣ слѣдующій: Пусть авсдеф (ф. 133) будетъ треугольная призма: вообрази, что на плоскостяхъ ае, се сѣя призмы проведены двѣ діагонали вб, вг, и что чрезъ сіи діагонали проведена плоскость вбг; сѣя плоскость отрѣжетъ отъ призмы пирамиду того же основанія и той же высоты съ сѣю призмюю, понеже она имѣетъ вершину свою въ в на верхнемъ основаніи, а основаніе ея на нижнемъ основаніи призмы деф. Сію отрѣзленную пирамиду можно видѣть въ фигурѣ 134; а фигура 135 представляетъ, что осталось отъ призмы.

Сей остатокъ можно представить себѣ, какъ обращенный или лежащій на плоскости адегс; и тогда будетъ видно, что сѣя пирамида есть четырехугольная, имѣющая основаніемъ параллелограммъ адегс, а вершиною точку в; по чему, естли представимъ, что на основаніи адегс проведена діагональ сд, можно себѣ представить,

что кублая пирамида $ADCSB$ составлена изъ двухъ треугольныхъ пирамидъ $ADSB$, $SCDB$, кои будущъ имѣть основаніями два равныя треугольника ASD , SCD , а вершиною общую точку B , и кои слѣдственно будущъ равны (238). И такъ изъ сихъ двухъ пирамидъ одна, а именно пирамида $ADSB$, можетъ быть представлена, какъ имѣющею основаніемъ треугольникъ ADC , т. е. верхнее основаніе призмы, а вершиною точку B , принадлежавшую къ нижнему основанію; по сему сія пирамида равна пирамидѣ $DEFB$ (ф. 134), понеже она имѣетъ тоже основаніе и ту же высоту, что пирамида $DEFB$; чего ради три пирамиды $DEFB$, $ADSB$, $SCDB$ равны между собою; и понеже, будучи соединены, составляютъ призму, изъ сего должно заключить, что каждая есть претъ призмы; по чему пирамида $DEFB$ есть претія часть призмы $ADCDEB$ имѣющей съ нѣю тоже основаніе и ту же высоту.

241. Понеже на конусъ можно смотрѣть, какъ на пирамиду, коея обмѣръ основанія будетъ имѣть безчисленное множество сторонъ, а на цилиндръ, какъ на призму, коея обмѣръ основанія будетъ имѣть также безчисленное множество сторонъ, должно изъ сего заключить, что прямой конусъ, или наклонной, есть претъ цилиндра того же основанія и той же высоты.

242. По сему, дабы сыскать толстоту пирамиды или какого либо конуса, должно умножить площадь основанія на претъ высоты.

243. Что касается до сысканія толстоты отрѣзанной пирамиды или конуса, когда два супротивныя основанія параллельны, должно найти высоту отрѣзка, и тогда легко уже сыскать толстоту кублой пирамиды и ея отрѣзка, слѣд-

ственно и самой отпрѣзанной пирамиды. На примѣрѣ въ фигурѣ 115, есѣли жслаю сыскать толстоту отпрѣзанной пирамиды klm klm , вижу (242), что должно умножить площадь klm на третью часть высоты jr ; равнымъ образомъ умножить площадь klm на третью часть высоты jr , и сіе послѣднее произведеніе вычестъ изъ перваго; но какъ неизвѣстны ни высота цѣлой пирамиды, ни отпрѣзка; то одну и другую опредѣлять слѣдующимъ образомъ. Видѣли мы выше (199), что линіи jl , jm , jr и пр. разсѣчены пропорціоально плоскостію ge , и что онѣ къ частямъ ихъ jl , lm , jr содержатся какъ lm : lm , по сему будетъ:

lm : lm :: jr : jr ;
 чего ради (Ариѳ. 184) $lm-lm:lm::jr-jr:jr$;
 то есть, $lm-lm:lm::jr:jr$.

И такъ, когда знаютъ отпрѣзанную пирамиду, легко могутъ измѣрить стороны lm , lm и высоту jr ; слѣдовательно по сей пропорціи могутъ сыскать четвертый членъ jr (Ариѳ. 179) или высоту цѣлой пирамиды; и опнявъ отъ нея высоту отпрѣзанной пирамиды, будутъ имѣть высоту отпрѣзка.

О толстотѣ шара, его секторовъ и сегментовъ или отсѣковъ.

244. Дабы сыскать толстоту шара, должно умножить поперечникъ его на третью радиуса.

Ибо можно смотрѣть на поверхность шара, какъ на составъ безчисленнаго множества плоскостей безпредѣльно малыхъ, изъ коихъ каждая служитъ основаніемъ маленькой пирамидѣ, имѣющей вершину свою въ центрѣ шара, и коея слѣдственно высота есть радиусъ. И какъ каждая изъ

сихъ маленькихъ пирамидъ равна (242) произведенію своего основанія на третью высоты, т. е. на третью радиуса, всѣ онѣ вмѣстѣ будутъ равны произведенію суммы всѣхъ ихъ основаній на третью радиуса, т. е. равны произведенію поверхности шара на третью радиуса.

245. Поскольку поверхность шара есть (224) въ четверо больше площади одного изъ своихъ великихъ круговъ, по сему можно, для сысканія толстоны шара, умножить третью радиуса на чешырежды площадь одного изъ великихъ круговъ, или чешырежды третью радиуса на площадь одного изъ великихъ круговъ, или на конецъ $\frac{2}{3}$ діаметра на площадь одного изъ великихъ круговъ.

246. Для сысканія толстоны цилиндра, мы видѣли, что должно было умножить площадь основанія на высоту. По сему естли потребна будетъ толстоша цилиндра, описаннаго около шара (ф. 130), можно сказать, что его толстоша равна произведенію одного изъ великихъ круговъ шара на діаметръ; а какъ толстоша шара равна произведенію одного изъ великихъ круговъ на $\frac{2}{3}$ діаметра; слѣдовательно, толстоша шара есть $\frac{2}{3}$ толстоны цилиндра описаннаго.

247. На выпуклость сектора шара асвненя, служащую основаніемъ сектору сдгена (ф. 128), можемъ такъ же смонрѣшь, какъ на составѣ безчисленнаго множества плоскостей, безпредѣльно малыхъ, по чему и на самой секторѣ шара можно взирать, какъ на составѣ безчисленнаго множества пирамидъ, кои всѣ имѣютъ высоту радиусъ, и коихъ сумма основаній составляетъ поверхность сектора. По сему секторъ шара равенъ произведенію поверхности выпуклости сектора шара на $\frac{1}{3}$ радиуса. Мы видѣли (225), какъ находится поверхность оныя выпуклости,

248. Что касается до сегмента или отѣска, какъ онъ есть, не иное что, какъ самый секторъ сѣчена безъ конуса сѣчен; то, поелику показанъ уже (247) и (242) способъ находить толщину сихъ двухъ тѣлъ, ничего намъ не остается говорить объ ономъ.

О измѣреніи другихъ тѣлъ.

249. Что касается до другихъ тѣлъ, ограниченныхъ плоскими поверхностями, средство естественно представляющееся для ихъ измѣренія есть сѣе: должно вообразить ихъ, составленными изъ пирамидъ, кои основаніями своими имѣютъ сѣи плоскія поверхности, а общею вершиною одинъ изъ угловъ предлагаемаго тѣла; но какъ сѣе средство бываетъ не только рѣдко выгодно, но сверхъ сего не столько скороспѣшно и свойственно для практики, мы предложимъ здѣсь слѣдующее тѣмъ съ болѣею охотою, что оно съ пользою можетъ употреблено быть для измѣренія толщину прюма корабля. Что мы и покажемъ, утвердивъ слѣдующія предложенія.

250. Ошрѣзанная призма называется тѣло авсдеф (ф. 136), кое остается, когда отнимутъ часть призмы плоскою тѣю авс, наклонною къ основанію.

251. Треугольная ошрѣзанная призма, составлена изъ трехъ пирамидъ, изъ коихъ каждая имѣетъ основаніемъ, основаніе деф призмы, вершинами же первая имѣетъ точку в, вторая а, третья с.

Съ малымъ вниманіемъ можно представить себѣ сѣю ошрѣзанную призму, какъ составленную изъ двухъ пирамидъ, одной треугольной, имѣющей вершиною точку в, а основаніемъ треугольникъ деф; другой четырехугольной, кося вер-

шина также точка в, а основаніе чепыреугольникъ $adfc$.

Ежели проведемъ діагональ af , можно представить чепыреугольную пирамиду $vadfc$, какъ составленную изъ двухъ треугольныхъ пирамидъ $vadf$, $vasf$. И такъ пирамида $vadf$ равна толстошю пирамидъ $eadf$, кошорая, имѣя тоже основаніе adf , будетъ имѣть вершиною своею точку е; ибо, когда линия ve параллельна къ плоскости adf , сіи двѣ пирамиды будутъ имѣть ту же высоту; но на пирамиду $eadf$ можно смотрѣть, какъ на имѣющую основаніе edf , а вершину, точку а. Чего ради по сихъ поръ видимъ двѣ изъ трехъ пирамидъ, изъ коихъ, мы сказали, опрѣзанная призма должна быть составлена; по сему осталось только показать, что пирамида $vasf$ равна толстошю пирамидъ, коя будетъ имѣть основаніемъ edf , а вершиною точку с. Сіе легко видѣть, когда проведемъ діагональ se , и примѣшимъ, что пирамида $vasf$ должна быть равна пирамидъ $edse$; пошому что сіи двѣ пирамиды имѣють вершинами ихъ в и е на той же линіи ve , параллельной къ плоскости ихъ основаній $asfd$, и что сіи основанія asf и sfd равны, поелику онѣ суть треугольники, имѣющіе тоже основаніе sf , и заключенные между тѣми же параллельными ad и se . И такъ пирамида $vasf$ равна пирамидъ $edse$; но на оную можно смотрѣть, какъ на имѣющую основаніемъ def , а вершиною точку с: слѣдовательно самою вещію опрѣзанная призма составлена изъ трехъ пирамидъ, имѣющихъ основаніемъ общій треугольникъ def , вершинами же перьвая точку в, вторая точку а, третія с.

252. По чему, дабы сыскать толстошю треугольной опрѣзанной призмы, должно опустить опъ каждаго изъ угловъ верхняго

основанія перпендикуляръ на нижнее, и умножишь нижнее основаніе на шреть суммы сихъ прехъ перпендикуляровъ.

253. Изъ сего предложенія можно вывести многія послѣдствія для измѣренія опрѣзанныхъ призмъ, не только шреугольныхъ, но и другихъ, сверхъ сего даже и другихъ шѣлъ: естли представлять, на примѣрѣ, что изъ всѣхъ угловъ шѣла ограниченного плоскими поверхностями, проведены на ту же плоскость, взяшую по произволенію, перпендикуляры, опѣ чего произойдетъ столько опрѣзанныхъ призмъ, сколько будетъ плоскостей въ шѣлѣ. И какъ всякую опрѣзанную призму легко измѣришь по предложенному нами; по чему всякое шѣло, ограниченное плоскими поверхностями, столь же легко можешь измѣрено бытъ на шѣхъ же началахъ. Не будемъ входить въ сіи подробности, а положимъ себѣ за предѣлъ вывести послѣдствіе полезное нашему предмету.

254. Чего ради пусть будетъ авсдефгн (ф. 137) шѣло, составленное изъ двухъ шреугольныхъ опрѣзанныхъ призмъ авсефг, адсег, конхъ надстоящія ае, вг, сг, дн пусть будутъ перпендикулярны къ основанію, и кои пусть будутъ такія призмы, что основанія ихъ ефг, енг составляютъ параллелограммъ ефгн; а верхнія основанія, дабы предложеніе было генеральнѣе, пусть будутъ двѣ плоскости, наклоняющіяся въ разныя стороны къ основанію ефгн. Изъ вышесказаннаго (252) слѣдуетъ, что шѣло авсдефг равно шреугольнику ефг, умноженному на $\frac{вг + 2 ае + 2 сг + дн}{3}$; ибо опрѣзанная призма авсефг равна (252) шреугольнику ефг умноженному на $\frac{вг + ае + сг}{3}$; и по той же причинѣ, опрѣзанная призма адсег равна шреугольнику енг, или (что все то же) шреугольнику ефг

умноженному на $\frac{AE+GC+HD}{3}$; следовательно сумма
 сихъ двухъ опрѣзанныхъ призмъ равна преу-
 гольнику EFG , умноженному на $\frac{BF+2AE+2GC+HD}{3}$.

Пусть теперь будетъ тѣло (ф. 138), содер-
 жимое въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ
 $avlm$, $ablm$, и въ другихъ двухъ $avba$, mlm ,
 параллельныхъ между собою и перпендикулярныхъ
 къ плоскости $vllb$, и наконецъ въ кривой поверх-
 ности $anmtna$; и представимъ сѣ тѣло разсѣ-
 ченное плоскостями cd , ef , gh и проч. парал-
 лельными плоскости $avba$, равно одна отъ дру-
 гой опстоящими, и толико сближенными, чѣобъ
 ad , ad , de , df и проч. можно было взять за
 прямыя лини. Положимъ на концѣ, что двѣ
 плоскости $avlm$, $ablm$ такъ близки одна къ
 другой, что можно смотрѣть, безъ ощушитель-
 ной погрѣшности, на сѣченія cd , ef , gh и проч.
 какъ на прямыя лини; очевидно, что части
 тѣла $avbaavss$, $deffde$ и проч. находящаяся
 въ томъ же случаѣ, какъ и тѣло въ 137 фигурѣ.
 По чему сумма сихъ тѣлъ будетъ равна преуголь-
 нику bvc , умноженному на $\frac{av+2ab+2cd+cd}{3} +$
 $\frac{cd+2cd+2ef+ef}{3} + \frac{ef+2ef+2gh+gh}{3} + \frac{gh+2gh+2jk+ik}{3} +$
 $\frac{jk+2ik+2lm+lm}{3}$; то есть, когда соберешь по-

добныя количества, сумма будетъ равна преу-
 гольнику bvc , умноженному на $\frac{1}{3}av + \frac{2}{3}ab + cd +$
 $cd + ef + ef + gh + gh + jk + ik + \frac{2}{3}lm + \frac{1}{3}lm$. И какъ
 преугольникъ bvc равенъ $\frac{bv \times vc}{2}$, цѣлое тѣло
 будетъ равно $\frac{bv \times vc}{2} \times (\frac{1}{3}av + \frac{2}{3}ab + cd + cd + ef + ef$
 $+ gh + gh + jk + ik + \frac{2}{3}lm + \frac{1}{3}lm)$.

Дабы изобразить сѣ выраженіе простѣе, за-
 мѣтимъ сѣ, что ежели бы вмѣсто $\frac{1}{3}av + \frac{2}{3}ab + \frac{2}{3}$
 $lm + \frac{1}{3}lm$, находящихся между скобками, было ко-
 личесство $\frac{1}{2}av + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}lm + \frac{1}{2}lm$, предложенное

тѢло было бы равно половинѢ суммы двухъ поверхностей авлм, ablм, умноженной на толщину тѢла вв; ибо (154) площадь авлм равна $вс \times (\frac{1}{2}ав + cd + ef + gh + jk + \frac{1}{2}lm)$, а площадь ablм, по тойже причинѢ, равна вс или $вс \times (\frac{1}{2}ab + cd + ef + gh + ik + \frac{1}{2}lm)$; по чему половина суммы сихъ двухъ площадей, умноженная на толщину вв, будетъ $\frac{вб \times вс}{2} \times (\frac{1}{2}ав + \frac{1}{2}ab + cd + cd + ef + ef + gh + gh + jk + ik + \frac{1}{2}lm + \frac{1}{2}lm)$; слѣдовательно предложенное тѢло не инымъ различествуетъ отъ сего произведенія, какъ количествомъ, коимъ $\frac{вб \times вс}{2} \times (\frac{1}{2}ав + \frac{2}{3}ab + \frac{2}{3}lm + \frac{1}{3}lm)$ превосходитъ количество $\frac{вб \times вс}{2} \times (\frac{1}{2}ав + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}lm + \frac{1}{2}lm)$; чего ради и легко видѣть (Ариѳ. 103), что сѣя разность есть $\frac{вб \times вс}{2} \times (\frac{1}{6}ab - \frac{1}{6}ав + \frac{1}{6}lm - \frac{1}{6}lm)$; почему искомое тѢло равно $\frac{вб \times вс}{2} \times (\frac{1}{2}ав + \frac{1}{2}ab + cd + cd + ef + ef + gh + gh + jk + ik + \frac{1}{2}lm + \frac{1}{2}lm) + \frac{вб \times вс}{2} \times (\frac{1}{6}ab - \frac{1}{6}ав + \frac{1}{6}lm - \frac{1}{6}lm)$; и такъ удобно примѣнить, что $\frac{1}{6}ab - \frac{1}{6}ав + \frac{1}{6}lm - \frac{1}{6}lm$ есть количество очень малое въ сравненіи съ количествомъ находящимся между двумя первыми скобками; поелику, когда двѣ плоскости авлм, ablм полагаются мало отстоящими, разность линий ав и ab и линий лм и lm не можетъ быть, какъ самое малое количество. По сему подстошу сего тѢла можно выразить, $\frac{вб \times вс}{2} \times (\frac{1}{2}ав + \frac{1}{2}ab + cd + cd + ef + ef + gh + gh + jk + ik + \frac{1}{2}lm + \frac{1}{2}lm)$; т. е. $вб \times (\frac{авлм + ablм}{2})$

Чего ради можно сказать, что для сысканія толстоты въ отрѣзкѢ тѢла, содержимомъ въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ, мало одна отъ другой отстоящихъ, и какой бы фигуры онѣ ни были, должно умножить половину суммы сихъ двухъ поверхностей на толщину сего отрѣзка.

255, Ежели бы толщина въ отрѣзка была очень велика, такъ что не можно бы было взявъ линей аа, dd за прямая линей; тогда должно представить тѣло раздѣленное на многіе слои, равныя толщины, плоскостями параллельными одной изъ поверхностей авлм, а blm, и измѣряя сіи поверхности авлм, а blm и ихъ параллельныя, могли бы мы получить толщоту, сложивъ всѣ среднія поверхности и половину суммы двухъ крайнихъ авлм, а blm, и сію сумму умноживъ на толщину одного изъ слоевъ. Сіе есть непосредственное послѣдствіе того, о чемъ мы недавно говорили.

Теперь очень легко сдѣлать прикладъ онаго къ измѣренію части пріюма, кою грузъ подавляеши въ воду. Измѣряемъ площади двухъ горизонтальныхъ сѣченій, дѣлаемыхъ поверхностію воды, когда судно нагружено и когда оно пусто. Сіи двѣ площади сложимъ, и половину ихъ суммы умножимъ на разстояніе сихъ двухъ плоскостей, т. е. на толщину слоя, который сіи плоскости содержатъ.

Естьлибъ угоднѣ было сыскать толщоту всего пріюма, тогда бы поступили, какъ сказано (255); но должно бы было на него смотрѣть какъ на разсѣченный на многіе слои, однако не параллельные сѣченію поверхности воды, но перпендикулярные къ длинѣ судна.

Когда измѣряютъ толщоту части пріюма, кою грузъ потопляеши, можно довольствоваться измѣреніемъ поверхности сѣченія, взяшаго въ равномъ разстояніи отъ двухъ сѣченій, о коихъ мы упомянули выше, и умножишь ее, какъ прежде, на толщину слоя: ибо сіе среднее сѣченіе всегда будетъ различествовать очень мало отъ половины суммы двухъ другихъ.

Между нѣкоторыми предмѣтами, о коихъ мы разсуждаемъ въ прикладѣ Алгебры къ Геометріи, найдутся средства къ измѣренію гораздо вѣрнѣйшія; однако и теперь предложенныя нами, будучи всегда доспапочно, лишь бы только площади были измѣряемы съ довольною точностію, и сдѣлано бы было больше слоевъ, когда толщина будетъ велика.

Въ четвертой части сего курса увидимъ, что грузъ судна равенъ тяжести количества воды, равнаго количеству части пріюма, кою онъ поплаываетъ; по сему какъ скоро вычислятъ толщину сего отрѣзка въ кубическихъ футахъ, ежели потребуется узнать въ сѣмъ груза, должно только умножить число кубическихъ футовъ на 72 фута морской воды; на какъ всегда вычисляють сей грузъ бочками. вмѣсто чѣмъ умножить на 72, и потомъ раздѣлить на 2000, что будетъ нужно для приведенія въ бочки, раздѣли число кубическихъ футовъ на 28, пошому что 28 разъ 72 дѣлають шочки 2000, и сколько разъ 28 будетъ содержаться въ измѣренной толщинѣ, столько будетъ и бочекъ.

О измѣреніи шѣлъ саженьями.

256. По объясненіи (155) измѣренія поверхностей саженьями, очень мало ошастся намъ говорить о измѣреніи шѣлъ.

Дабы сѣискать толщину шѣла въ кубическихъ саженьяхъ и частяхъ кубической сажени, надобно знать, что кубическая сажень вмѣстѣ 343 футовъ, послику кубъ изъ лини вмѣющей 7 футовъ въ длину, состоитъ изъ 343 футовъ.

Кубическій футъ содержитъ въ сѣбѣ 1728 кубическихъ дюймовъ; а кубическій дюймъ 1728 линей, и такъ далѣе.

257. По сему для сысканія толстошты шБла въ кубическихъ сажняхъ, фунахъ, дюймахъ, обыкновенно производяшъ въ нижній соршъ всѣ три его измѣренія, и приведенныя такимъ образомъ умножаяшъ одно на другое; а дабы привести произведение изъ нижшаго въ вышшй, (полагая, что нижшй соршъ былъ точки), раздѣляемъ сысканное произведение на 1728, 1728, 1728, и 343 по очереди, и такъ далѣе.

258. Положимъ, что данъ будетъ параллелепедъ, у коего 1 с. 2 ф. $8\frac{2}{5}$ д. въ длину; 5 ф. $11\frac{1}{2}$ д. въ ширину и 2 с. 4 ф. $7\frac{3}{4}$ д. въ высоту, и коего потребно сыскать толстошту; поступаю такъ: привожу всѣ его три измѣренія въ нижшй соршъ.

$$1с \times 7 = 7ф + 2ф = 9ф \times 12 = 108д + 8\frac{2}{5} = 116\frac{2}{5}д.$$

$$5ф \times 12 = 60д + 11\frac{1}{2} = 71\frac{1}{2}д.$$

$2с \times 7 = 14ф + 4 = 18ф \times 12 = 216д + 7\frac{3}{4} = 223\frac{3}{4}д;$
потомъ умножаю сѣ приведенныя одно на другое, ш. е. $116\frac{2}{5}д = \frac{582}{5} \times \frac{143}{2} = \frac{41613}{5} = 8322\frac{3}{5}$, сѣ будетъ площадь основанія; и естли оную умножу высотой, а именно $\frac{41613}{5} \times \frac{895}{4} = \frac{7448727}{4} = 1862181\frac{3}{4}ддд$: получу толстошту параллелепипеда въ кубическихъ дюймахъ.

259. Дабы оныя привести въ сажени, фуны и проч. раздѣляю ихъ прежде на 1728, частное же, изъ сего дѣленія происшедшее, на 343: чрезъ что найду, сколько въ толстошѣ кубическихъ сажень, фушъ и дюймовъ, а именно $1862181\frac{3}{4} = \frac{7448727}{4} \times \frac{1}{1728} = 1077. ффф, 1125\frac{3}{4} ддд$. Когдаже частное 1077 раздѣлю на 343, ш. е. $\frac{1077}{343} = 3сс, 48ффф$, и прибавлю осшальныя $1125\frac{3}{4} ддд$, будетъ толстошта параллелепипеда 3 сс, 48 ффф $1125\frac{3}{4} ддд$.

260. Понеже для сысканія толстошты призмѣ должно умножить площадь ся основанія на ея высоту; изъ сего слѣдуетъ, какъ находить ее высоту или основаніе, когда даны будутъ толстошты и основаніе, или толстошты и высота; а именно: толстошты должно раздѣлять на основаніе, ежели потребно знать высоту; а на высоту, когда потребно основаніе. Но надобно замѣтить, что въ спрегоспи не толстошты раздѣляютъ по справедливости на основаніе или высоту, но шѣло на шѣло. Самою вещью видно, что когда измѣряемъ шѣло, не инос дѣлаемъ, какъ повторяемъ другое, того же съ нимъ основанія, столько разъ, сколько высота его содержится въ высотѣ измѣряемаго; или повторяемъ шѣло той же высоты столько разъ, сколько площадь основанія его содержится въ основаніи измѣряемаго. Посему, когда извѣстны будутъ толстошты и наприм: площадь основанія, дабы сыскать высоту, должно искать, сколько разъ предложенная толстошты содержитъ въ себѣ толстошты шѣла того же съ нимъ основанія, и частное числомъ единицъ своихъ покажетъ число частей высоты.

Съ симъ подлогомъ, ежели въ призмѣ, кося толстошты 3 сс. 48 фф. $1125\frac{3}{4}$ дд, а площадь основанія 1 сс, 8 фф. $114\frac{3}{5}$ дд, потребно узнать высоту, тогда площадь основанія представляють шѣломъ, кое имѣетъ высоту единицу нижшихъ мѣръ основанія, какъ на прим: здѣсь дюймъ, (которая и въ умноженіи и въ дѣленіи никакой перемены не производитъ), и раздѣляютъ большее шѣло на меньшее: частное, числомъ своихъ единицъ покажетъ число нижшихъ мѣръ въ высотѣ. А какъ высота лежитъ между двумя точками, по сему и имѣетъ одно прешаженіе; чего ради и мѣра сего прешаженія будетъ простая, а не квадратная.

И такъ, дабы рѣшить предложенной вопросъ, какъ сѣискать высоту призьмы, коея толстота 3 сс, 48 фф, 1125 $\frac{3}{4}$ дд, а площадь основанія 1 сс, 8 фф. 114 $\frac{3}{5}$ дд: посипуаемъ слѣдующимъ образомъ: $3 \text{ с} \times 343 = 1029 \text{ ф.} + 48 = 1077 \text{ ф} \times 1728 = 1861056 \text{ д} + 1125\frac{3}{4} = 1862181\frac{3}{4} \text{ дд.}$

$1 \text{ с} \times 49 = 49 \text{ ф} + 8 = 57 \text{ ф} \times 144 = 8208 \text{ д} + 114\frac{3}{5} = 8322\frac{3}{5} \text{ дд}$, и раздѣливъ первое на послѣднее, по естъ: $\frac{7448727 \times 5}{4 \times 41613} = 223\frac{3}{4}$, сѣ будетъ высота въ дюймахъ, кои обративъ въ вышшій сортъ, какъ прежде видѣли, получимъ высоту 2 с, 4 ф, 7 $\frac{3}{4}$ д.

Ежели толстота и высота извѣстны, а потребно сѣискать основаніе, мы и въ семъ случаѣ данную высоту представляемъ шѣломъ, у коего площадь основанія единица нижшей мѣры данныя высоты. Но какъ всякая площадь имѣетъ два проптяженія, длину, и ширину, слѣдственно и мѣра ея будетъ мѣра квадратная, а не простая: по сему и дѣленіе осправится по предписанному правилу (Ариѳ. 124 и слѣд.) *

О измѣреніи лѣсовъ.

261. Послѣ говореннаго нами о измѣреніи вообще, очень мало остаеся сказать о измѣреніи лѣсовъ.

Въ мореходствѣ измѣряютъ лѣса кубическими фузами, и кубическими частями кубическаго фута; и такъ должно только измѣрить проптяженія фузами и частями фута, кои приведши въ нижшій сортъ, и умноживъ между собою, обращающъ въ кубическія линей, кубическіе дюймы, кубическіе фузы, какъ показано было выше.

* Примѣровъ здѣсь не полагаю, поелику всякъ изъ упражняющихся можетъ найсти довольное ихъ число въ другихъ книгахъ.

Что касается до измѣренія лѣсовъ соливами, т. е. параллелепипедами, кои имѣютъ высоту въ двѣ сажени, а основаніе 49 квадратныхъ дюймовъ, таковой образъ измѣренія ихъ здѣсь не въ употребленіи, по сему и описаніе его оставляется.

О содержаніяхъ тѣлъ вообще.

262. Сравнивать два тѣла, называется, сыскивать, сколько разъ число мѣръ нѣкотораго роду, содержимыхъ въ одномъ изъ сихъ тѣлъ, содержишь въ себѣ число мѣръ того же роду, содержимыхъ въ другомъ.

263. Двѣ призмы, или два цилиндра, или одна призма и одинъ цилиндръ, суть между собою, какъ произведенія ихъ основаній на ихъ высоты. Сіе очевидно, понеже каждое изъ сихъ тѣлъ равно произведенію своего основанія на свою высоту, какой бы фигуры при томъ основаніе ни было.

Слѣдовательно, призмы или цилиндры, или призмы и цилиндры той же высоты, суть между собою, какъ ихъ основанія; и призмы и цилиндры того же основанія, суть между собою, какъ ихъ высоты. Ибо содержаніе произведеній основаній на высоты не перемѣнится, по оставленіи общаго сомножителя, который въ нихъ находится, когда основаніе или высота есть тоже въ двухъ тѣлахъ.

По чему и двѣ всякія пирамиды, или два конуса, или пирамида и конусъ, суть въ содержаніи ихъ высотъ, когда основанія ихъ равны: ибо каждое изъ сихъ тѣлъ есть треть призмы того же основанія и той же высоты (240).

264. Толстошны подобныхъ пирамидъ суть между собою, какъ кубы высотъ сихъ пирамидъ, или вообще, какъ кубы двухъ сходственныхъ линей сихъ пирамидъ.

Ибо двѣ подобныя пирамиды могутъ быть представляемы двумя такими пирамидами, какъ $jabcd\epsilon$, $jabcd\epsilon f$ (ф. 115), понеже сѣи двѣ пирамиды составлены изъ тогоже числа подобныхъ плоскостей, каждая каждой и подобно положенныхъ. Двѣ же пирамиды суть вообще, какъ произведенія ихъ основаній на ихъ высоты, а основанія, кои зѣтъсѣ фигуры подобныя, суть между собою, какъ квадраты высотъ jr , jr (202): двѣ пирамиды будутъ между собою, какъ произведенія квадратовъ высотъ, на самыя высоты; ибо можно (99) вмѣсто содержанія основаній вписать содержаніе квадратовъ высотъ. И понеже (213) высоты суть пропорціональны всѣмъ другимъ сходственнымъ протяженіямъ; по чему и кубы ихъ будутъ также пропорціональны кубамъ сходственныхъ протяженій (Ариѳ. 191); слѣдовательно вообще двѣ подобныя пирамиды суть между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ протяженій.

265. По сему вообще толщину двухъ подобныхъ тѣлъ суть между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ линий. Ибо подобныя тѣла могутъ раздѣлены быть на то же число пирамидъ подобныхъ каждая каждой; и какъ всякія двѣ изъ сихъ подобныхъ пирамидъ будутъ между собою въ томъ же содержаніи, понеже онѣ содержатся, какъ кубы сходственныхъ ихъ протяженій, кои суть въ томъ же содержаніи со всякими другими двумя сходственными протяженіями; изъ сего слѣдуетъ, что сумма пирамидъ перваго тѣла будетъ также къ суммѣ пирамидъ втораго въ томъ же содержаніи съ кубами сходственныхъ протяженій.

По чему и толщину шаровъ суть между собою, какъ кубы ихъ радиусовъ или діаметровъ.

Чего ради приводя себѣ на память все предъидущее, видимъ, 1 с, что объѣмы подобныхъ фигуръ суть въ простомъ содержаніи сходственныхъ линий; 2 с, что площади подобныхъ фигуръ, какъ квадраты сходственныхъ сторонъ или линий; 3 с, что толстошты подобныхъ шѣлъ суть между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ линий.

И такъ если два подобныя шѣла, на прим. два шара, имѣющіе діаметры ихъ въ содержаніи 1:3: окружности великихъ ихъ круговъ будутъ также въ содержаніи 1:3; поверхности сихъ шаровъ будутъ въ содержаніи 1:9; а толстошты, какъ 1:27; т. е. что окружность одного изъ великихъ круговъ перваго шара, трижды взятая, равна будетъ окружности одного изъ великихъ круговъ втораго; поверхность перваго, 9 разъ взятая, равна поверхности втораго; и на конецъ первый шаръ 27 разъ взятый, равенъ второму.

По сему, дабы сдѣлать шѣло подобное другому, и коего толстошта была бы къ толстошѣ въ данномъ содержаніи, на прим. 2 къ 3; должно ему дать такую протяженію, чтобъ кубъ одного какого нибудь изъ сихъ протяженій былъ къ кубу сходственнаго протяженія того шѣла, коему сіе должно быть подобно, какъ 2:3. На прим. ежели есть шаръ, коего діаметръ 8 дюймовъ, и спрашивается, какой долженъ быть діаметръ шара, который бы былъ $\frac{2}{3}$ перваго Должно будетъ сыскать четвертый членъ сей пропорціи 1: $\frac{2}{3}$ или 3:2:: кубъ 8 ми. т. е. :: 512 къ четвертому. Сей четвертый членъ, который есть 341 $\frac{1}{3}$, будетъ кубъ искомаго діаметра; чего ради извлеки кубическій корень (Ариф. 259), получишь 6, 99 д. для сего діаметра, т. е. почти 7 д. что можно повѣрить слѣдующимъ образомъ: Сыщемъ какія суть толстошты двухъ шаровъ, изъ коихъ діаметръ перваго 8 д, а другаго 7 д: окружности

ихъ великихъ круговъ сыщутся по симъ двумъ пропорціямъ (152):

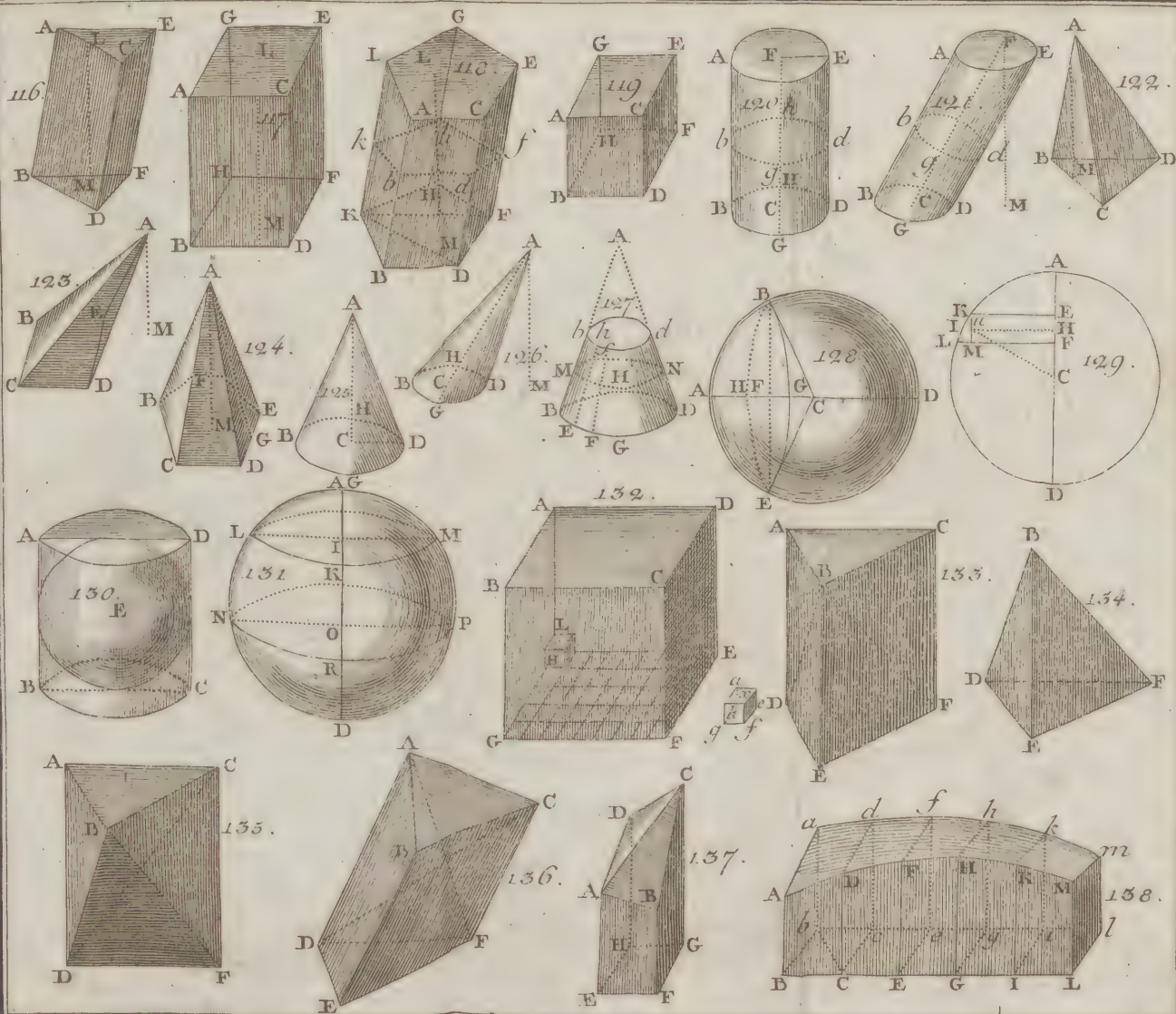
$$7:22::8$$

$$7:22::7$$

Четвертые члены суть $25\frac{1}{7}$ и 22. Умноживъ сїи окружности, каждую на свой діаметръ, получишь (222) поверхности сихъ шаровъ, кои будутъ $201\frac{1}{7}$ и 154; на конецъ умноживъ сїи поверхности на $\frac{1}{3}$ ихъ радіусовъ, т. е. по порядку на шестину 8 ми или 7 ми, получишь толстоты $268\frac{4}{21}$ и $179\frac{2}{3}$, коихъ содержаніе есть тоже съ содержаніемъ $\frac{5632}{21}:\frac{579}{3}$ по приведеніи въ дробь, или (по умноженіи двухъ терминовъ послѣдней дроби на 7, и по оставленіи общаго знаменателя) тоже съ содержаніемъ 5632 къ 3773; и такъ (Ариѳ. 167) знаменатель содержанія сихъ двухъ количествъ есть $1\frac{1852}{3373}$, т. е. по приведеніи въ десятичныя 1, 49; а содержаніе 3 хъ къ 2 есть 1, 5 или 1, 50 (Ариѳ. 30); почему разность ихъ есть только $\frac{1}{100}$; сїя разность происходитъ отъ того, что діаметръ вычисленъ не съ надлежащею точностію; сверхъ сего и содержаніе 7 къ 22 не есть точно содержаніе діаметра къ окружности.

Въ тѣлахъ сосланныхъ изъ тогоже вещества, тяжести суть пропорціональны количеству вещества или толстотѣ; по чему когда извѣстна тяжесть одной пули извѣстнаго діаметра, дабы найти оную въ другой пулѣ другого діаметра и тогоже вещества, должно сдѣлать сїю пропорцію: кубъ діаметра пули, коея тяжесть извѣстна, къ кубу діаметра другой, какъ тяжесть первой къ четвертому члену, который будетъ тяжесть вѣсѣраго.

Видѣли мы (162), что въ двухъ судахъ совершенно подобныхъ, парусности были бы, какъ квадраты высотъ мачтъ, и по тому сказали мы, какъ квадраты длинъ судна, понеже всѣ сход-

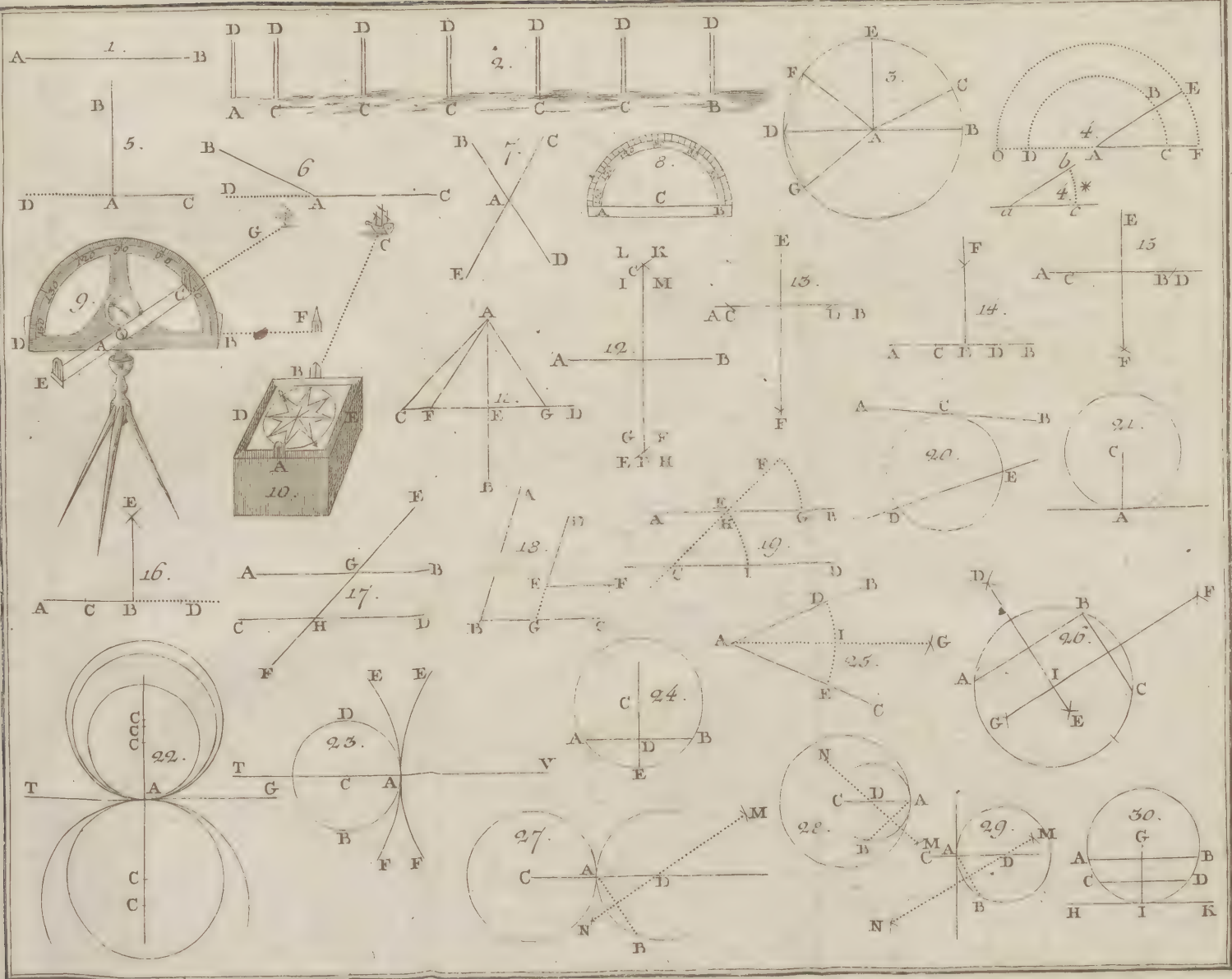


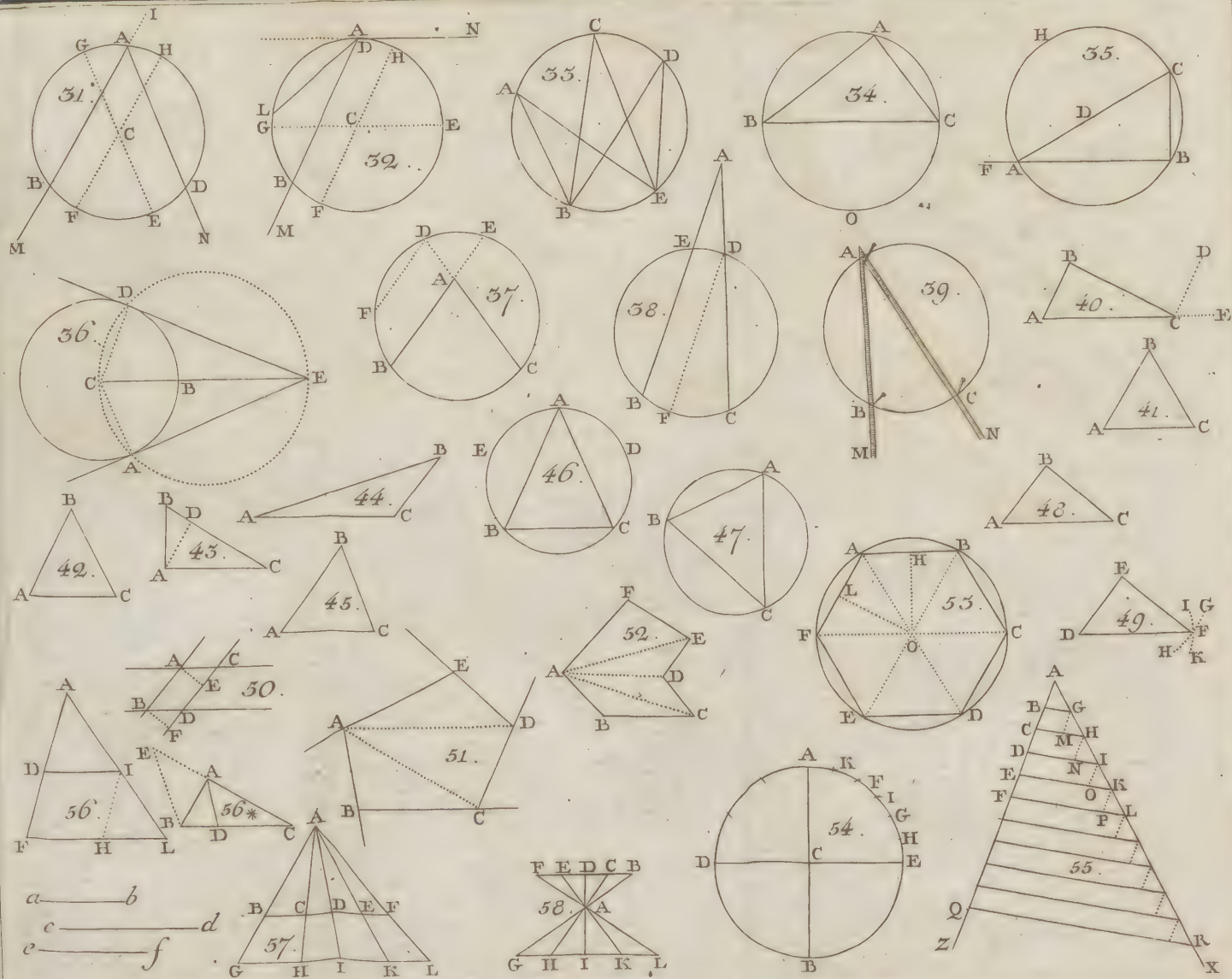


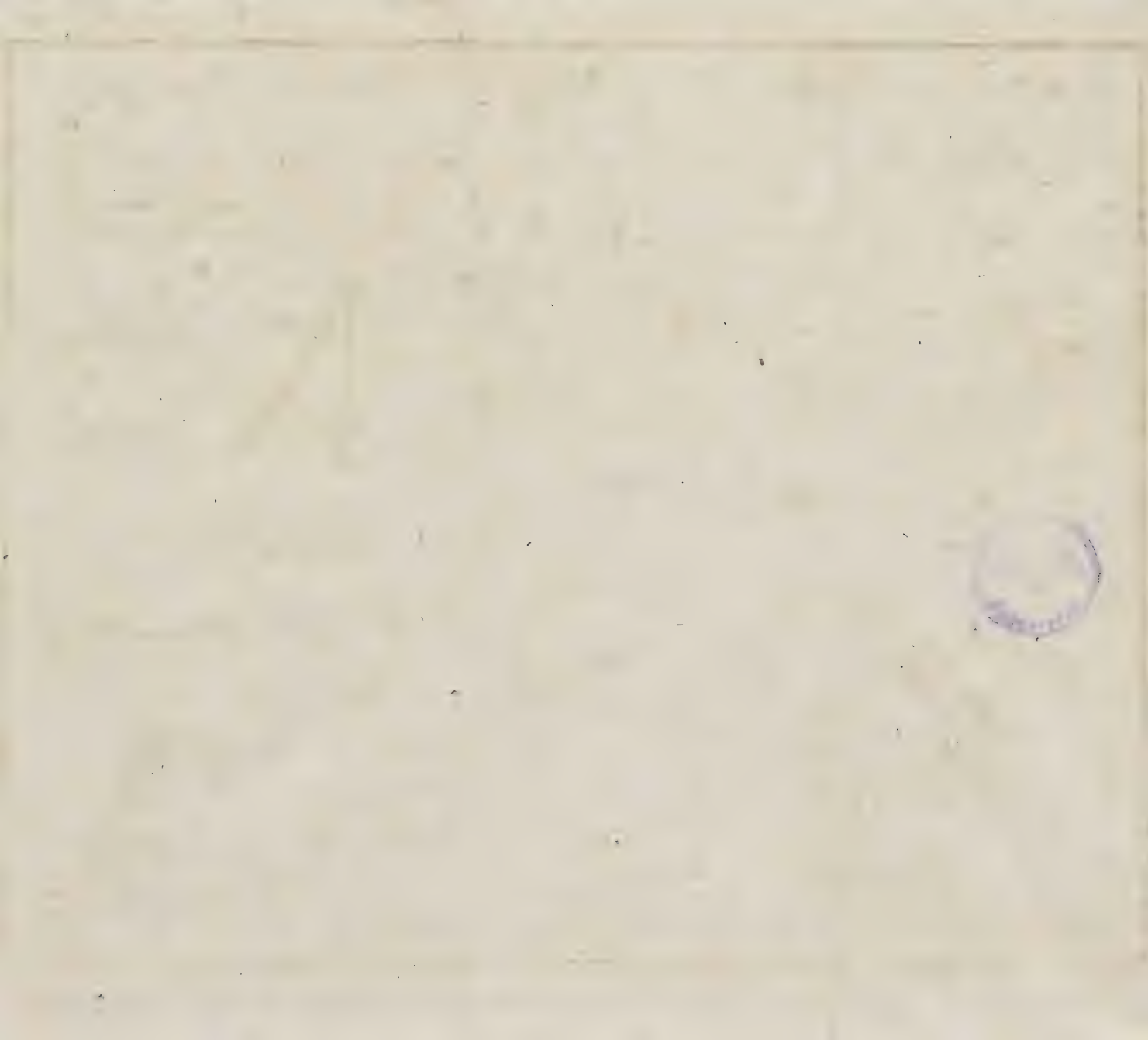
ственные протяженія подобныхъ тѣлъ суть въ томъ же содержаніи. Видимъ же здѣсь, что тяжести подобныхъ тѣлъ и тогоже вещества суть, какъ кубы сходственныхъ измѣреній; по чему явно, что, ежели бы два подобныя судна имѣли пропорціональныя мачты, количества вътѣра, кои бы онѣ могли получить, были бы, какъ квадраты ихъ долготъ; а тяжести, какъ кубы; и какъ содержаніе квадратовъ не есть тоже съ содержаніемъ кубовъ, но еще меньше онаго, такъ какъ и легко въ семъ убѣдишься, сіе одно разсужденіе показываетъ, что парусность, коя свойственна одному судну, не будетъ свойственна судну меньшему, хотя бы и уменьшили пропорціонально два протяженія сея парусности. Находясь еще другія разсужденія, кои входятъ въ изслѣдованіе сего вопроса, но онѣ собственно надлежатъ до Механики. Мы не предполагаемъ себѣ здѣсь другаго виду, какъ только приутожить умы къ предвидѣнію употребленій, кои можно сдѣлать на началахъ доселѣ положенныхъ для изслѣдованія таковаго рода вопросовъ.

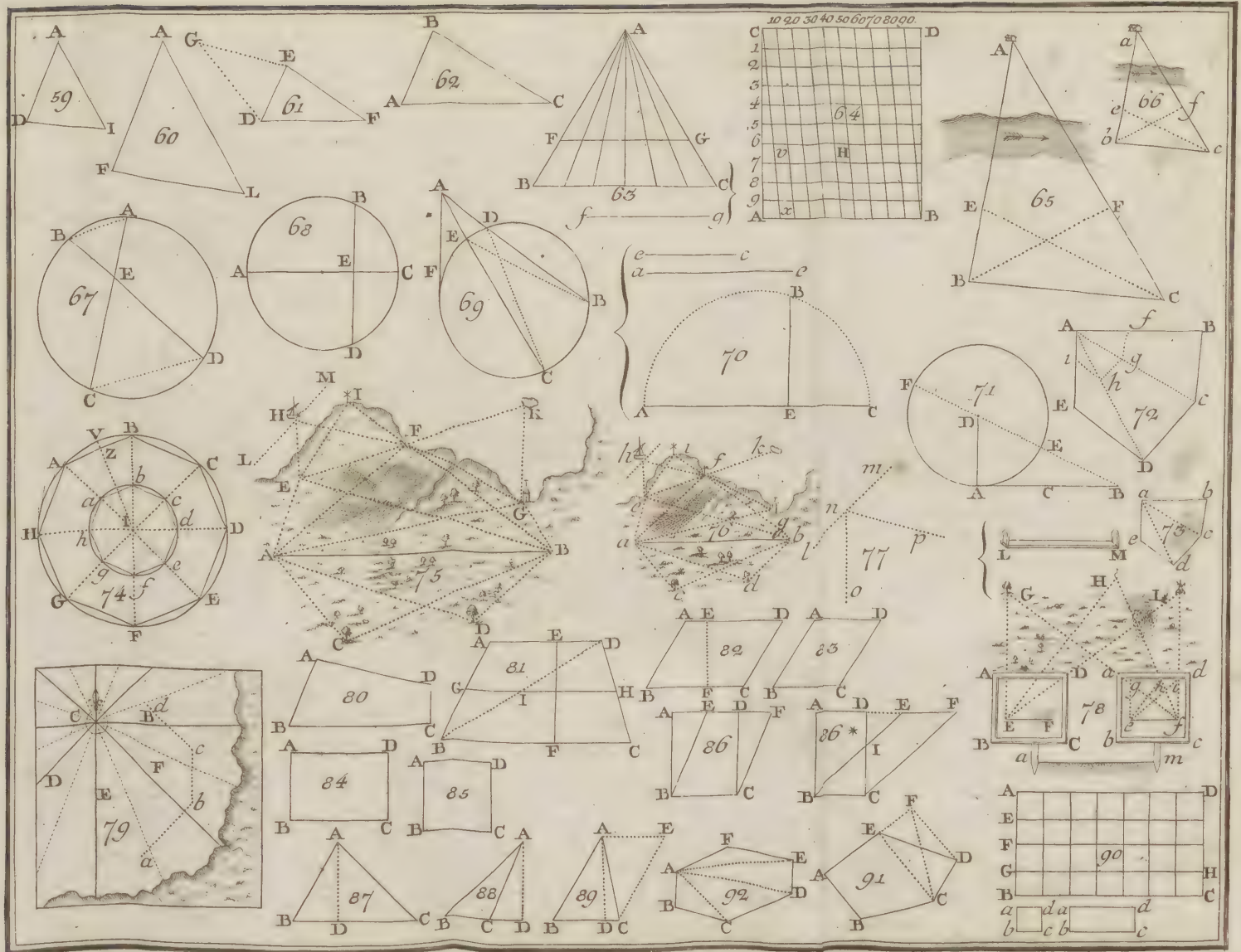
Кр-359

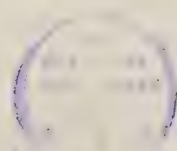
К О Н Е Ц Ъ.

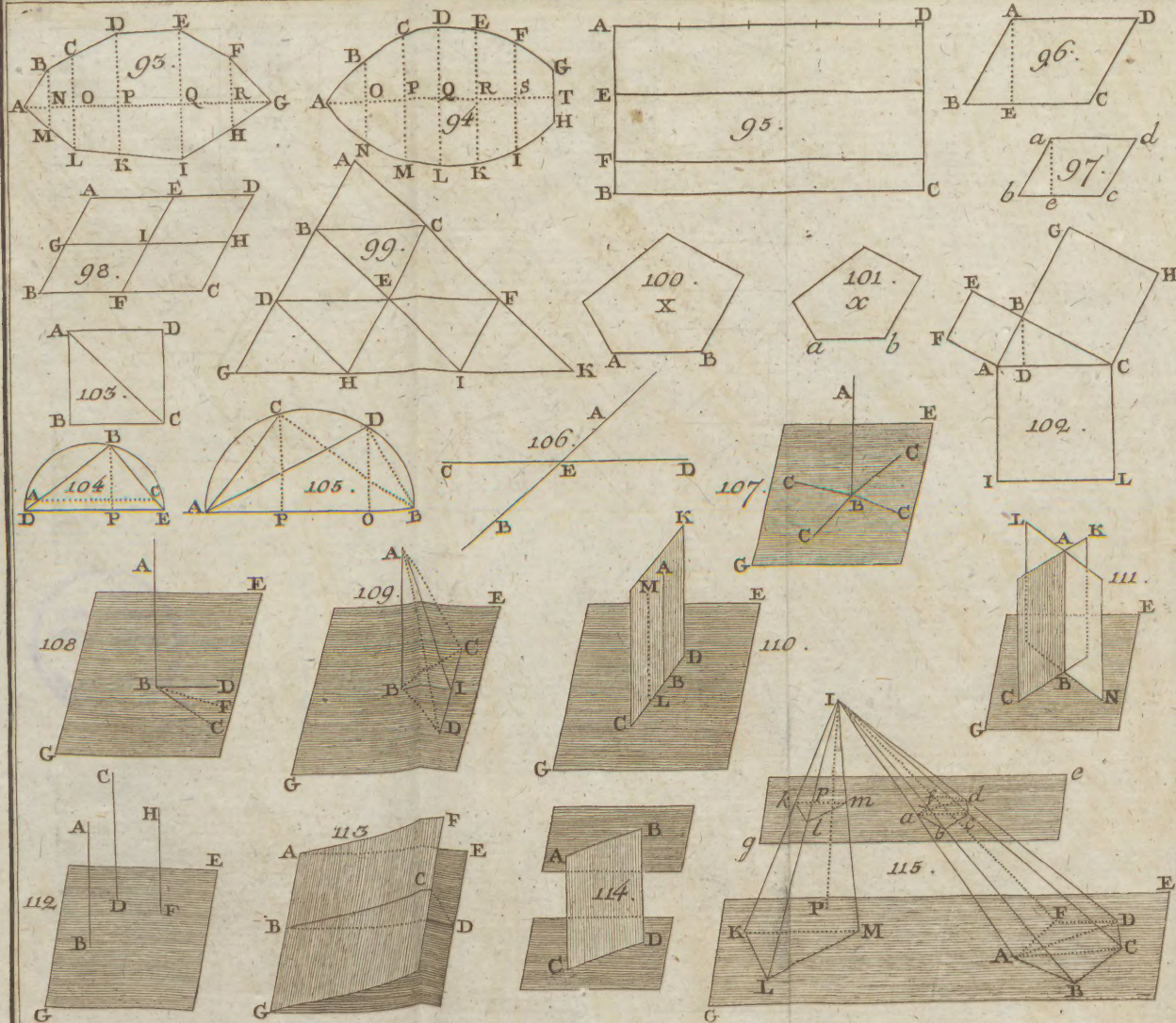














11-23/8-57

ВП-87-2964
5

ГПБ Русский фонд

138

150